A

Momentos de áreas

A.1 PRIMER MOMENTO DE UN ÁREA: CENTROIDE DE UN ÁREA

Sea un área A en el plano xy (figura A.1). Si x y y son las coordenadas de un elemento de área dA, definimos el *primer momento del área A con respecto al eje x* como la integral

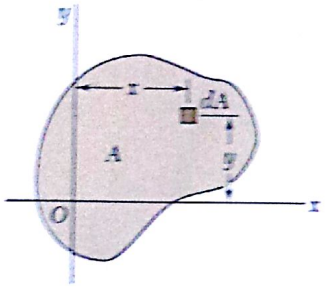


Figura A.1

$$Q_x = \int_A y\, dA \tag{A.1}$$

Análogamente, el *primer momento del área A con respecto al eje y* es la integral

$$Q_y = \int_A x\, dA \tag{A.2}$$

Observe que cada una de estas integrales puede ser positiva, negativa o cero, dependiendo de la posición de los ejes. Si se usan unidades SI, los primeros momentos Q_x y Q_y se expresan en m^3 o mm^3; en unidades usuales en Estados Unidos se expresan en ft^3 o $in.^3$.

El *centroide del área A* se define como el punto C de coordenadas $\bar{x}$ y $\bar{y}$ (figura A.2) que satisfacen las relaciones

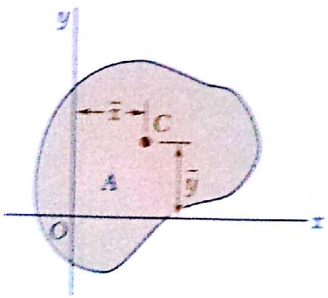


Figura A.2

$$\int_A x\, dA = A\bar{x} \qquad \int_A y\, dA = A\bar{y} \tag{A.3}$$

Comparando las ecuaciones (A.1) y (A.2) con las ecuaciones (A.3) se nota que los primeros momentos del área A pueden expresarse como los productos del área por las coordenadas de su centroide:

$$Q_x = A\bar{y} \qquad Q_y = A\bar{x} \tag{A.4}$$

Cuando un área posee un *eje de simetría*, el primer momento del área con respecto a su eje es cero. Ciertamente, considerando el área A de la figura A.3, simétrica con respecto al eje y se observa que a todo elemento dA de abscisa x corresponde un elemento de área dA' con abscisa $-x$. Se sigue que la integral en la ecuación (A.2) es cero y que $Q_y = 0$. Se sigue también, de la primera de las relaciones (A.3), que $\bar{x} = 0$. Por lo tanto, si un área posee un eje de simetría, su centroide estará en ese eje.

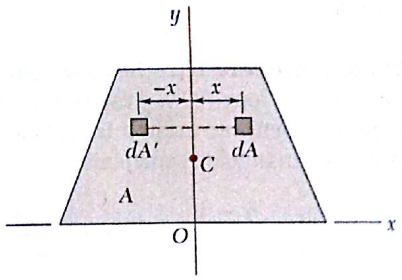


Figura A.3

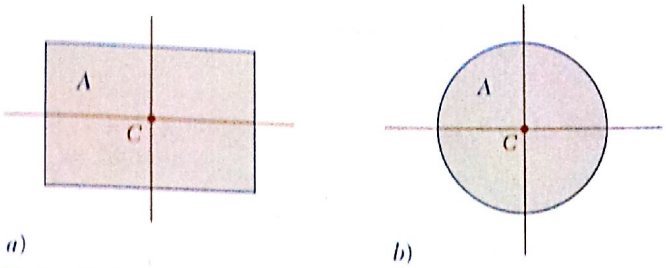


Figura A.4

Como un rectángulo posee dos ejes de simetría (figura A.4*a*), el centroide C de un área rectangular coincide con su centro geométrico. Análogamente, el centroide de un círculo coincide con el centro del círculo (figura A.4*b*).

Cuando un área posee un *centro de simetría* O, el primer momento del área con respecto a cualquier eje en O, es cero. Considerando el área A de la figura A.5, se observa que a todo elemento dA de coordenadas x y y corresponde un elemento dA' de coordenadas $-x$ y $-y$. Se tiene que las integrales en las ecuaciones (A.1) y (A.2) son ambas cero y que $Q_x = Q_y = 0$. También se tiene de las ecuaciones (A.3) que $\bar{x} = \bar{y} = 0$, esto es, el centroide del área coincide con su centro de simetría.

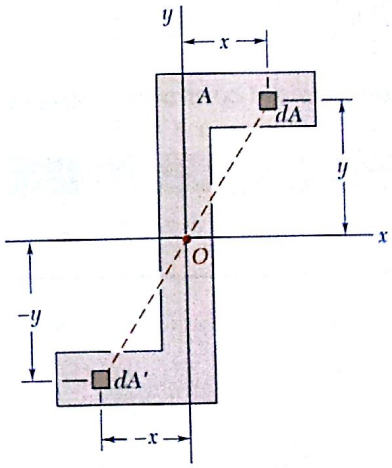


Figura A.5

Cuando el centroide C de un área puede localizarse por simetría, el primer momento de esa área con respecto a cualquier eje dado se calcula a partir de las ecuaciones (A.4). Por ejemplo, en el caso del rectángulo de la figura A.6, tenemos

$$Q_x = A\bar{y} = (bh)(\tfrac{1}{2}h) = \tfrac{1}{2}bh^2$$

y

$$Q_y = A\bar{x} = (bh)(\tfrac{1}{2}b) = \tfrac{1}{2}b^2h$$

En la mayoría de los casos, sin embargo, es necesario efectuar las integraciones indicadas en las ecuaciones (A.1) a (A.3) para determinar los primeros momentos y los centroides de un área dada. Aunque cada integral involucrada es realmente doble, en muchas aplicaciones es posible elegir elementos del área dA en la forma de delgadas tiras horizontales o verticales que reducen los cálculos a integrales de una sola variable. Esto se ilustra en el ejemplo A.01. Centroides de áreas comunes se indican en la cubierta posterior de este libro.

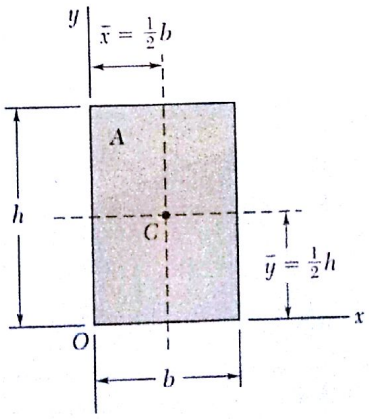


Figura A.6

EJEMPLO A.01

Para el área triangular de la figura A.7, determine, *a*) el primer momento Q_x del área con respecto al eje x, *b*) la ordenada $\bar{y}$ del centroide del área.

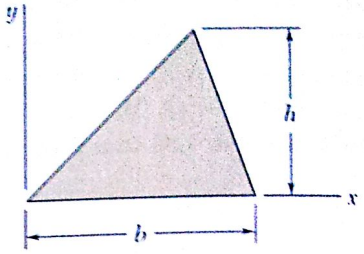


Figura A.7

a) Primer momento Q_x. Se elige como elemento de área una tira horizontal de longitud u y espesor dy, y notamos que todos los puntos del elemento están a la misma distancia y del eje x (figura A.8). Por triángulos semejantes:

$$\frac{u}{b} = \frac{h - y}{h} \qquad u = b\frac{h - y}{h}$$

y

$$dA = u\,dy = b\frac{h - y}{h}\,dy$$

El primer momento del área con respecto al eje x es:

$$Q_x = \int_A y\,dA = \int_0^h yb\frac{h - y}{h}\,dy = \frac{b}{h}\int_0^h (hy - y^2)\,dy$$

$$= \frac{b}{h}\left[h\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3}\right]_0^h \qquad Q_x = \tfrac{1}{6}bh^2$$

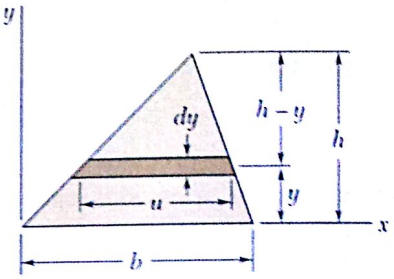


Figura A.8

b) Ordenada del centroide. Recordando la primera de las ecuaciones (A.4) y como $A = \frac{1}{2}bh$,

$$Q_x = A\bar{y} \qquad \tfrac{1}{6}bh^2 = (\tfrac{1}{2}bh)\bar{y}$$

$$\bar{y} = \tfrac{1}{3}h$$

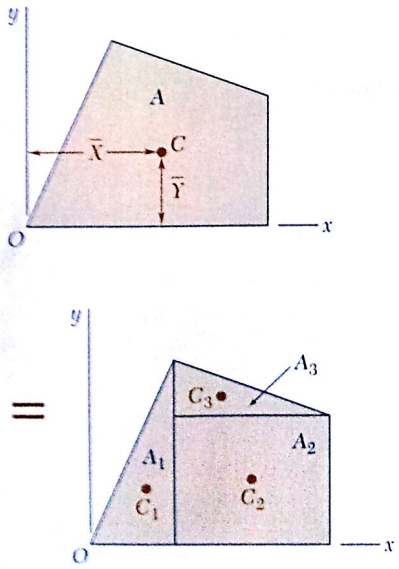


Figura A.9

A.2 DETERMINACIÓN DEL PRIMER MOMENTO Y CENTROIDE DE UN ÁREA COMPUESTA

Considere un área A, tal como el área trapezoidal de la figura A.9, que pueda dividirse en formas geométricas simples. Como se vio en la sección anterior, el primer momento Q_x del área con respecto al eje x es la integral $\int y\,dA$, que se extiende sobre el área A. Dividiendo A en componentes, A_1, A_2, A_3, se escribe

$$Q_x = \int_A y\,dA = \int_{A_1} y\,dA + \int_{A_2} y\,dA + \int_{A_3} y\,dA$$

o, recordando la segunda de las ecuaciones (A.3)

$$Q_x = A_1\bar{y}_1 + A_2\bar{y}_2 + A_3\bar{y}_3$$

en donde $\bar{y}_1$, $\bar{y}_2$ y $\bar{y}_3$ son las ordenadas de los centroides de las áreas componentes. Extendiendo estos resultados a un número arbitrario de áreas com-

ponentes y notando que una expresión similar puede obtenerse para Q_y, se escribe

$$Q_x = \sum A_i \bar{y}_i \qquad Q_y = \sum A_i \bar{x}_i \tag{A.5}$$

Para obtener las coordenadas $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ del centroide C del área compuesta A, se sustituye $Q_x = A\bar{Y}$ y $Q_y = A\bar{X}$ en las ecuaciones (A.5). Se tiene

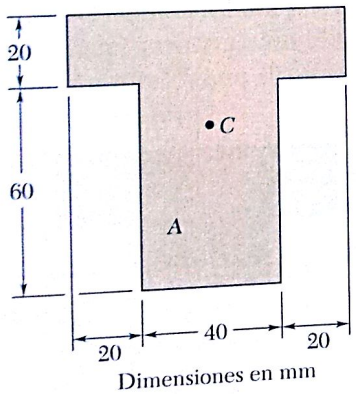
$$A\bar{Y} = \sum_i A_i \bar{y}_i \qquad A\bar{X} = \sum_i A_i \bar{x}_i$$

Resolviendo para $\bar{X}$ y $\bar{Y}$ y recordando que el área A es la suma de las áreas componentes A_i, se escribe

$$\bar{X} = \frac{\sum_i A_i \bar{x}_i}{\sum_i A_i} \qquad \bar{Y} = \frac{\sum_i A_i \bar{y}_i}{\sum_i A_i} \tag{A.6}$$

EJEMPLO A.02

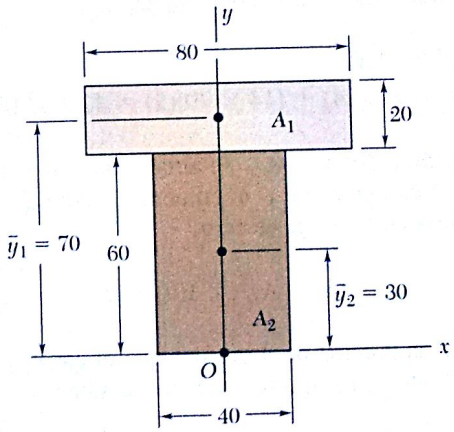
Localice el centroide C del área A mostrada en la figura A.10.



Dimensiones en mm

Figura A.10

Eligiendo el sistema de coordenadas de la figura A.11, se observa que el centroide C debe estar en el eje y puesto que este eje es de simetría; así, $\bar{X} = 0$.



Dimensiones en mm

Figura A.11

Dividiendo A en sus componentes A_1 y A_2, se usa la segunda de las ecuaciones (A.6) para determinar la ordenada $\bar{Y}$ del centroide. El cálculo se realiza mejor en una tabla.

	Área, mm²	$\bar{y}_i$, mm	$A_i\bar{y}_i$, mm³
A_1	(20)(80) = 1 600	70	112×10^3
A_2	(40)(60) = 2 400	30	72×10^3
	$\sum_i A_i = 4\,000$		$\sum_i A_i\bar{y}_i = 184 \times 10^3$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_i A_i \bar{y}_i}{\sum_i A_i} = \frac{184 \times 10^3 \text{ mm}^3}{4 \times 10^3 \text{ mm}^2} = 46 \text{ mm}$$

EJEMPLO A.03

Refiriéndose al área A del ejemplo A.02, considere el eje horizontal x' que pasa por el centroide C (el *eje centroidal*). Si A' es la porción de A localizada sobre el eje (figura A.12), determine el primer momento de A' con respecto al eje x'.

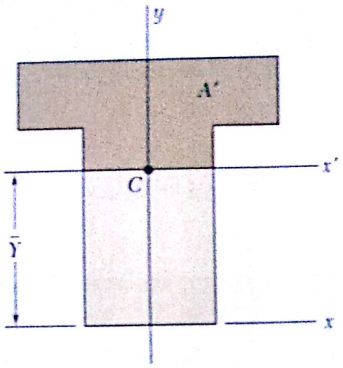
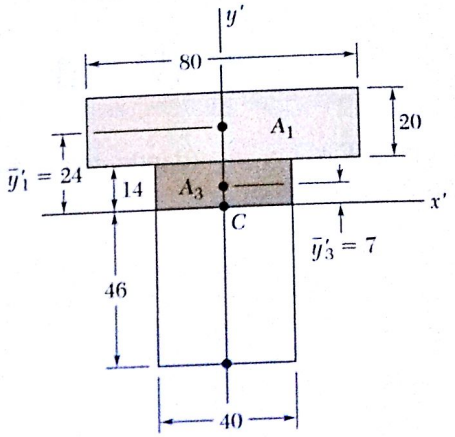


Figura A.12



Dimensiones en mm

Figura A.13

Solución. Se divide el área A' en sus componentes A_1 y A_3 (figura A.13). Recordando del ejemplo A.02 que C se localiza 46 mm sobre la base de la orilla inferior de A, se determinan las coordenadas $\bar{y}'_1$ y $\bar{y}'_3$ de A_1 y A_3 y se expresa el primer momento $Q'_{x'}$ de A' con respecto a x' como sigue:

$$Q'_{x'} = A_1\bar{y}'_1 + A_3\bar{y}'_3$$
$$= (20 \times 80)(24) + (14 \times 40)(7) = 42.3 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

Solución alternativa. Se nota primero que como el centroide C de A está en el eje x' el primer momento $Q_{x'}$ del *área total* A con respecto a su eje es cero:

$$Q_{x'} = A\bar{y}' = A(0) = 0$$

Llamando A'' la porción de A por debajo del eje x' y por $Q''_{x'}$ su primer momento con respecto a ese eje, se tiene

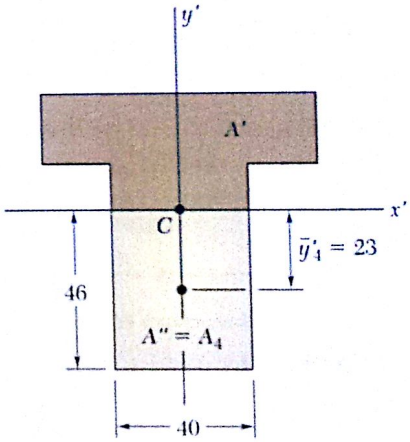
$$Q_{x'} = Q'_{x'} + Q''_{x'} = 0 \qquad \text{o} \qquad Q'_{x'} = -Q''_{x'}$$

que muestra que los primeros momentos de A' y A'' son de igual magnitud y de signo contrario. Refiriéndose a la figura A.14, se escribe

$$Q''_{x'} = A_4\bar{y}'_4 = (40 \times 46)(-23) = -42.3 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

y

$$Q'_{x'} = -Q''_{x'} = +42.3 \times 10^3 \text{ mm}^3$$



Dimensiones en mm

Figura A.14

A.3 SEGUNDO MOMENTO O MOMENTO DE INERCIA DE UN ÁREA; RADIO DE GIRO

Considere de nuevo un área A en el plano xy (figura A.1) y el elemento de área dA de coordenadas x y y. El *segundo momento* o *momento de inercia* del área A con respecto al eje x, y el segundo momento, o momento de inercia, de A con respecto al eje y se define como

$$I_x = \int_A y^2\,dA \qquad I_y = \int_A x^2\,dA \tag{A.7}$$

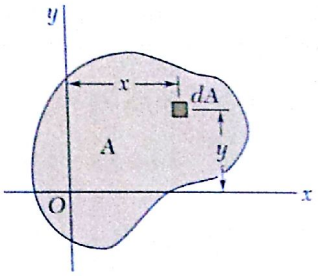


Figura A.1 (repetida)

Estas integrales son los *momentos rectangulares de inercia*, ya que se calculan de las coordenadas rectangulares del elemento dA. Mientras cada integral es realmente una integral doble, es posible en muchos casos elegir elementos de área dA en la forma de delgadas tiras horizontales o verticales de tal manera que se reduzca a una integral simple. Esto se ilustra en el ejemplo A.04.

Se define ahora el *momento polar de inercia* del área A con respecto al punto O (figura A.15) como la integral

$$J_O = \int_A \rho^2\,dA \tag{A.8}$$

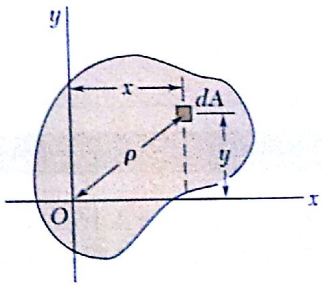


Figura A.15

en donde ρ es la distancia de O al elemento dA. Mientras esta integral es nuevamente una integral doble, es posible en el caso de un área circular elegir elementos del área dA en la forma de anillos circulares y reducir el cálculo de J_O a una integración única (véase ejemplo A.05).

Se nota, de las ecuaciones (A.7) y (A.8), que los momentos de inercia de un área son cantidades positivas. En el sistema SI, los momentos de inercia se expresan en m^4 o mm^4; en el sistema de unidades utilizado en Estados Unidos, se expresan en ft^4 o $in.^4$.

Se puede establecer una importante relación entre el momento polar de inercia J_O de un área dada y los momentos de inercia I_x e I_y de la misma área. Como $\rho^2 = x^2 + y^2$, se escribe

$$J_O = \int_A \rho^2\,dA = \int_A (x^2 + y^2)\,dA = \int_A y^2\,dA + \int_A x^2\,dA$$

$$J_O = I_x + I_y \tag{A.9}$$

El *radio de giro* de un área A con respecto al eje x se define como la cantidad r_x, que satisface la relación

$$I_x = r_x^2 A \tag{A.10}$$

donde I_x es el momento de inercia de A con respecto al eje x. Resolviendo la ecuación (A.10) para r_x, se tiene

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \tag{A.11}$$

De manera similar es posible definir los radios de giro con respecto al eje y y al origen O. Se escribe

$$I_y = r_y^2 A \qquad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \tag{A.12}$$

$$J_O = r_O^2 A \qquad r_O = \sqrt{\frac{J_O}{A}} \tag{A.13}$$

Sustituyendo J_O, I_x e I_y en términos de los correspondientes radios de giro en la ecuación (A.9), se observa que

$$r_O^2 = r_x^2 + r_y^2 \tag{A.14}$$

EJEMPLO A.04

Para el área rectangular de la figura A.16, halle *a*) el momento de inercia I_x del área con respecto al eje centroidal x, *b*) el radio de giro correspondiente r_x.

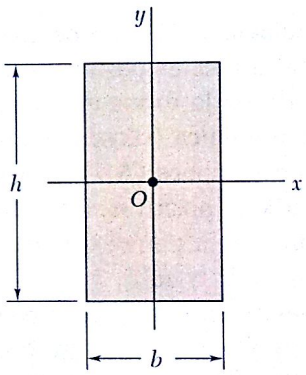


Figura A.16

a) Momento de inercia I_x. Se elige como elemento de área una tira horizontal de longitud b y espesor dy (figura A.17). Como todos los puntos de la tira tienen la misma distancia y a partir del eje x su momento de inercia con respecto al eje x es

$$dI_x = y^2\,dA = y^2(b\,dy)$$

Integrando entre $y = -h/2$ a $y = +h/2$, se tiene

$$I_x = \int_A y^2\,dA = \int_{-h/2}^{+h/2} y^2(b\,dy) = \tfrac{1}{3}b[y^3]_{-h/2}^{+h/2}$$

$$= \tfrac{1}{3}b\left(\frac{h^3}{8} + \frac{h^3}{8}\right)$$

o

$$I_x = \tfrac{1}{12}bh^3$$

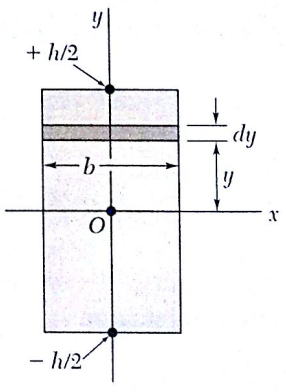


Figura A.17

b) Radio de giro r_x. De la ecuación (A.10) se tiene

$$I_x = r_x^2 A \qquad \tfrac{1}{12}bh^3 = r_x^2(bh)$$

y, despejando a r_x,

$$r_x = h/\sqrt{12}$$

EJEMPLO A.05

Para la sección circular de la figura A.18, determínese *a*) el momento polar de inercia J_O, *b*) los momentos rectangulares de inercia I_x e I_y.

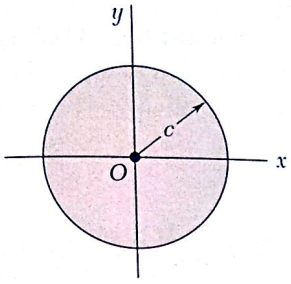


Figura A.18

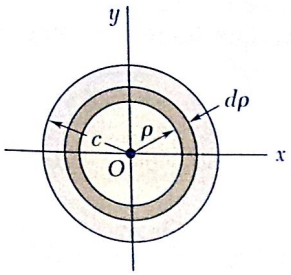


Figura A.19

a) Momento polar de inercia. Se elige como el elemento de área un anillo de radio ρ y espesor $d\rho$ (figura A.19). Como todos los puntos del anillo tienen la misma distancia ρ al origen, el momento polar de inercia del anillo será:

$$dJ_O = \rho^2\, dA = \rho^2(2\pi\rho\, d\rho)$$

Integrando en ρ de 0 a c tenemos

$$J_O = \int_A \rho^2\, dA = \int_0^c \rho^2(2\pi\rho\, d\rho) = 2\pi \int_0^c \rho^3\, d\rho$$

$$J_O = \tfrac{1}{2}\pi c^4$$

b) Momentos rectangulares de inercia. Por simetría tenemos $I_x = I_y$. Recordando la ecuación (A.9), se escribe

$$J_O = I_x + I_y = 2I_x \qquad \tfrac{1}{2}\pi c^4 = 2I_x$$

y, entonces

$$I_x = I_y = \tfrac{1}{4}\pi c^4$$

Los resultados obtenidos y los momentos de inercia de otras figuras geométricas comunes, se listan en una tabla en la cubierta posterior del libro.

A.4 TEOREMA DE LOS EJES PARALELOS

Considere el momento de inercia I_x de un área con respecto a un eje arbitrario x (figura A.20). Si y es la distancia de un elemento de área dA a ese eje, recordamos de la sección A.3 que

$$I_x = \int_A y^2\, dA$$

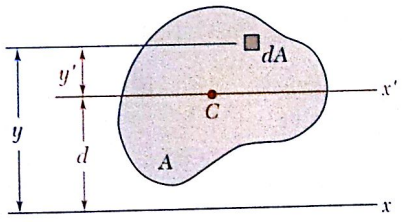


Figura A.20

Se dibuja ahora el *eje centroidal* x', es decir, el eje paralelo al eje x que pasa por el centroide C del área. Si y' es la distancia de dA a dicho eje, se escribe $y = y' + d$, donde d es la distancia entre los dos ejes. Sustituyendo por y en la integral de I_x, se escribe:

$$I_x = \int_A y^2\, dA = \int_A (y' + d)^2 dA$$

$$I_x = \int_A y'^2\, dA + 2d \int_A y'\, dA + d^2 \int_A dA \qquad \text{(A.15)}$$

La primera integral en la ecuación (A.15) representa el momento de inercia $\bar{I}_{x'}$ del área con respecto al eje centroidal x'. La segunda integral representa

el primer momento $Q_{x'}$ del área con respecto al eje x' y es igual a cero ya que el centroide del área C se sitúa en ese eje. Recordando de la sección A.1 que:

$$Q_{x'} = A\bar{y}' = A(0) = 0$$

Finalmente se observa que la última integral en la ecuación (A.15) es igual al área total A. Entonces:

$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad^2 \tag{A.16}$$

Esta ecuación expresa que el momento de inercia I_x de un área con respecto a un eje arbitrario x es igual al momento de inercia $\bar{I}_{x'}$ del área con respecto al eje centroidal x' paralelo al eje x *más* el producto Ad^2 del área A y el cuadrado de la distancia d entre los dos ejes. Este resultado es el *teorema de los ejes paralelos*. Hace posible determinar el momento de inercia de un área con respecto a un eje dado, cuando se conoce el momento de inercia con respecto a un eje centroidal x' de la misma dirección. También, hace posible conocer el momento de inercia $\bar{I}_{x'}$ de un área A con respecto a un eje centroidal x' cuando el momento de inercia I_x de A con respecto a un eje paralelo es conocido, *restando* de I_x el producto Ad^2. Debe notarse que el teorema de ejes paralelos puede usarse *sólo si uno de los ejes involucrados es un eje centroidal.*

Una ecuación similar puede deducirse para relacionar el momento polar de inercia J_O con respecto a un punto arbitrario O y el momento polar de inercia $\bar{J}_C$ de la misma área con respecto a su centroide C. Si d es la distancia entre O y C, se escribe

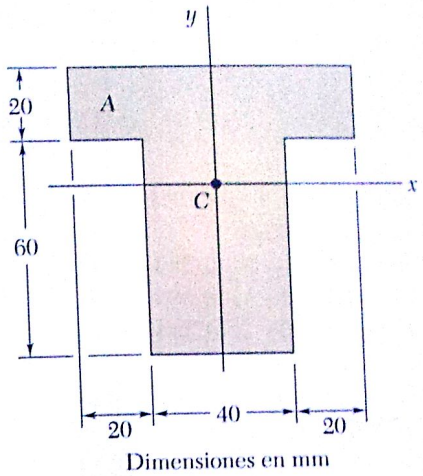
$$J_O = \bar{J}_C + Ad^2 \tag{A.17}$$

A.5 DETERMINACIÓN DEL MOMENTO DE INERCIA DE UN ÁREA COMPUESTA

Considere un área compuesta A hecha de varios componentes A_1, A_2, etc. Como la integral que representa el momento de inercia de A puede dividirse en integrales que se extienden sobre A_1, A_2,... el momento de inercia de A con respecto a un eje dado se obtendrá sumando los momentos de inercia de las áreas A_1, A_2, etc., con respecto al mismo eje. El momento de inercia de un área hecha de varias de las formas comunes, que se muestra en la tabla de la cubierta de este libro, se obtiene de las fórmulas dadas en dicha tabla. Antes de añadir los momentos de las áreas componentes, sin embargo, el teorema de los ejes paralelos debe usarse para transferir cada momento de inercia al eje deseado. Esto se muestra en el ejemplo A.06.

EJEMPLO A.06

Determine el momento de inercia $\bar{I}_x$ del área mostrada con respecto al eje centroidal x (figura A.21).



Dimensiones en mm

Figura A.21

Localización del centroide. Primero debe localizarse el centroide C del área. Sin embargo, esto ya se hizo en el ejemplo A.02 para el área dada. Recordamos de dicho ejemplo que C está localizado a 46 mm por encima de la base del área A.

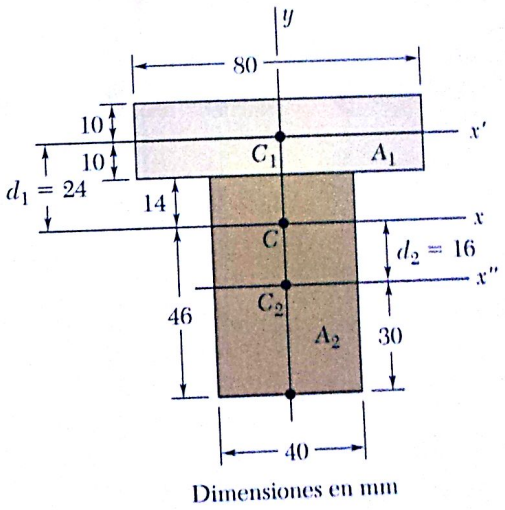
Cálculo del momento de inercia. Se divide el área A en rectángulos A_1 y A_2 (figura A.22) y se calcula el momento de inercia de cada área con respecto al eje x.

Área rectangular A_1. Para obtener el momento de inercia $(I_x)_1$ de A_1 con respecto al eje x, se calcula primero el momento de A_1, *con respecto a su eje centroidal* x'. Recordando la ecuación deducida en la parte *a* del ejemplo A.04 para el momento centroidal de un área rectangular, se tiene

$$(\bar{I}_{x'})_1 = \tfrac{1}{12}bh^3 = \tfrac{1}{12}(80\text{ mm})(20\text{ mm})^3 = 53.3 \times 10^3\text{ mm}^4$$

Usando el teorema de los ejes paralelos, se transfiere el momento de inercia de A_1 de su eje centroidal x' al eje paralelo x:

$$(I_x)_1 = (\bar{I}_{x'})_1 + A_1d_1^2 = 53.3 \times 10^3 + (80 \times 20)(24)^2$$
$$= 975 \times 10^3\text{ mm}^4$$



Dimensiones en mm

Figura A.22

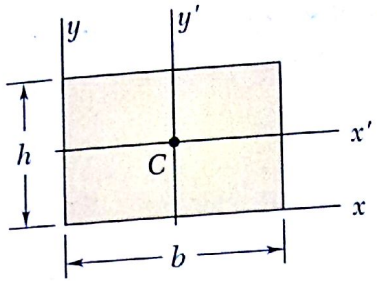
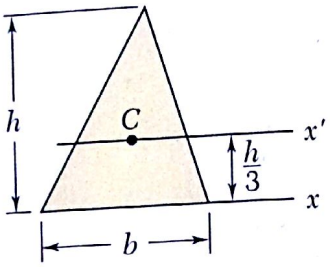
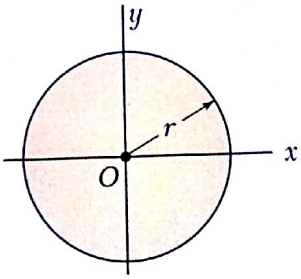
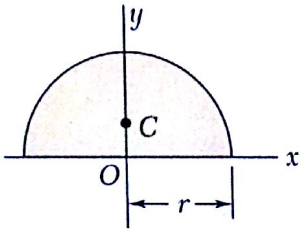
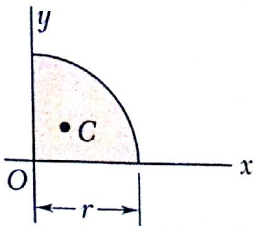
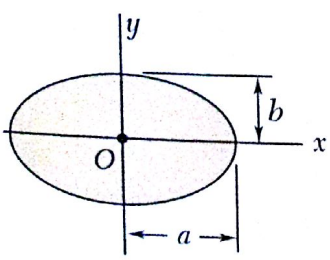
Área rectangular A_2. Calculando el momento de inercia de A_2 con respecto a su eje centroidal x'', y usando el teorema de los ejes paralelos para transferirlo al eje x, se tiene

$$(\bar{I}_{x''})_2 = \tfrac{1}{12}bh^3 = \tfrac{1}{12}(40)(60)^3 = 720 \times 10^3\text{ mm}^4$$
$$(I_x)_2 = (\bar{I}_{x''})_2 + A_2d_2^2 = 720 \times 10^3 + (40 \times 60)(16)^2$$
$$= 1\,334 \times 10^3\text{ mm}^4$$

Área total A. Sumando los valores obtenidos anteriormente, para los momentos de inercia A_1 y A_2 con respecto al eje x, se encuentra el momento de inercia $\bar{I}_x$ de toda el área.

$$\bar{I}_x = (I_x)_1 + (I_x)_2 = 975 \times 10^3 + 1\,334 \times 10^3$$
$$\bar{I}_x = 2.31 \times 10^6\text{ mm}^4$$

Momentos de inercia de figuras geométricas comunes

Rectángulo		$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12}bh^3$ $\bar{I}_{y'} = \frac{1}{12}b^3h$ $I_x = \frac{1}{3}bh^3$ $I_y = \frac{1}{3}b^3h$ $J_C = \frac{1}{12}bh(b^2 + h^2)$
Triángulo		$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{36}bh^3$ $I_x = \frac{1}{12}bh^3$
Círculo		$\bar{I}_x = \bar{I}_y = \frac{1}{4}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{2}\pi r^4$
Semicírculo		$I_x = I_y = \frac{1}{8}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{4}\pi r^4$
Cuarto de círculo		$I_x = I_y = \frac{1}{16}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{8}\pi r^4$
Elipse		$\bar{I}_x = \frac{1}{4}\pi ab^3$ $\bar{I}_y = \frac{1}{4}\pi a^3b$ $J_O = \frac{1}{4}\pi ab(a^2 + b^2)$

Apéndice B. Propiedades típicas de materiales seleccionados usados en ingeniería[1,5] (Unidades utilizadas en Estados Unidos)

Material	Peso específico lb/in.^{3}	Resistencia última			Cedencia[3]		Módulo de elasticidad, 10^6 psi	Módulo de rigidez, 10^6 psi	Coeficiente de expansión, 10^{-6}/°F	Ductilidad, porcentaje de elongación en 2 in.
		Tensión, ksi	Compresión,[2] ksi	Cortante, ksi	Tensión, ksi	Cortante, ksi				
Acero										
Estructural (ASTM-A36)	0.284	58			36	21	29	11.2	6.5	21
Alta resistencia-baja aleación										
ASTM-A709 Grado 50	0.284	65			50		29	11.2	6.5	21
ASTM-A913 Grado 65	0.284	80			65		29	11.2	6.5	17
ASTM-A992 Grado 50	0.284	65			50		29	11.2	6.5	21
Templado										
ASTM-A709 Grado 100	0.284	110			100		29	11.2	6.5	18
Inoxidable AISI 302										
Laminado en frío	0.286	125			75		28	10.8	9.6	12
Recocido	0.286	95			38	22	28	10.8	9.6	50
Acero de refuerzo										
Resistencia media	0.283	70			40		29	11	6.5	
Alta resistencia	0.283	90			60		29	11	6.5	
Fundición:										
Fundición gris										
4.5% C, ASTM A-48	0.260	25	95	35			10	4.1	6.7	0.5
Hierro fundido										
2% C, 1% Si, ASTM A-47	0.264	50	90	48	33		24	9.3	6.7	10
Aluminio										
Aleación 1100-H14 (99% Al)	0.098	16		10	14	8	10.1	3.7	13.1	9
Aleación 2014-T6	0.101	66		40	58	33	10.9	3.9	12.8	13
Aleación 2024-T4	0.101	68		41	47		10.6		12.9	19
Aleación 5456-H116	0.095	46		27	33	19	10.4		13.3	16
Aleación 6061-T6	0.098	38		24	35	20	10.1	3.7	13.1	17
Aleación 7075-T6	0.101	83		48	73		10.4	4	13.1	11
Cobre										
Libre de oxígeno (99.9% Cu)										
Recocido	0.322	32		22	10		17	6.4	9.4	45
Endurecido	0.322	57		29	53		17	6.4	9.4	4
Latón amarillo (65% Cu, 35% Zn)										
Laminado en frío	0.306	74		43	60	36	15	5.6	11.6	8
Recocido	0.306	46		32	15	9	15	5.6	11.6	65
Latón rojo (85% Cu, 15% Zn)										
Laminado en frío	0.316	85		46	63		17	6.4	10.4	3
Recocido	0.316	39		31	10		17	6.4	10.4	48
Estaño bronce (88 Cu, 8 Sn, 4 Zn)	0.318	45			21		14		10	30
Manganeso bronce (63 Cu, 25 Zn, 6 Al, 3 Mn, 3 Fe)	0.302	95			48		15		12	20
Aluminio bronce (81 Cu, 4 Ni, 4 Fe, 11 Al)	0.301	90	130		40		16	6.1	9	6

(La tabla continúa en la página 748)

Apéndice B. Propiedades típicas de materiales seleccionados usados en ingeniería[1,5] (Unidades SI)

Material	Densidad, kg/m³	Resistencia última			Cedencia[3]		Módulo de elasticidad, GPa	Módulo de rigidez, GPa	Coeficiente de expansión térmica, 10^{-6}/°C	Ductilidad, porcentaje de elongación en 50 mm
		Tensión, MPa	Compresión,[2] MPa	Cortante, MPa	Tensión, MPa	Cortante, MPa				
Acero										
Estructural (ASTM-A36)	7 860	400			250	145	200	77.2	11.7	21
Alta resistencia-aleación baja										
ASTM-A709 Grado 345	7 860	450			345		200	77.2	11.7	21
ASTM-A913 Grado 450	7 860	550			450		200	77.2	11.7	17
ASTM-A992 Grado 345	7 860	450			345		200	77.2	11.7	21
Templado										
ASTM-A709 Grado 690	7 860	760			690		200	77.2	11.7	18
Inoxidable, AISI 302										
Laminado en frío	7 920	860			520		190	75	17.3	12
Recocido	7 920	655			260	150	190	75	17.3	50
Acero de refuerzo										
Resistencia media	7 860	480			275		200	77	11.7	
Alta resistencia	7 860	620			415		200	77	11.7	
Fundición										
Fundición gris										
4.5% C, ASTM A-48	7 200	170	655	240			69	28	12.1	0.5
Hierro fundido										
2% C, 1% Si, ASTM A-47	7 300	345	620	330	230		165	65	12.1	10
Aluminio										
Aleación 1100-H14 (99% Al)	2 710	110		70	95	55	70	26	23.6	9
Aleación 2014-T6	2 800	455		275	400	230	75	27	23.0	13
Aleación 2024-T4	2 800	470		280	325		73		23.2	19
Aleación 5456-H116	2 630	315		185	230	130	72		23.9	16
Aleación 6061-T6	2 710	260		165	240	140	70	26	23.6	17
Aleación 7075-T6	2 800	570		330	500		72	28	23.6	11
Cobre										
Libre de oxígeno (99.9% Cu)										
Recocido	8 910	220		150	70		120	44	16.9	45
Endurecido	8 910	390		200	265		120	44	16.9	4
Latón amarillo (65% Cu, 35% Zn)										
Laminado en frío	8 470	510		300	410	250	105	39	20.9	8
Recocido	8 470	320		220	100	60	105	39	20.9	65
Latón rojo (85% Cu, 15% Zn)										
Laminado en frío	8 740	585		320	435		120	44	18.7	3
Recocido	8 740	270		210	70		120	44	18.7	48
Estaño bronce (88 Cu, 8 Sn, 4 Zn)	8 800	310			145		95		18.0	30
Manganeso bronce (63 Cu, 25 Zn, 6 Al, 3 Mn, 3 Fe)	8 360	655			330		105		21.6	20
Aluminio bronce (81 Cu, 4 Ni, 4 Fe, 11 Al)	8 330	620	900		275		110	42	16.2	6

(La tabla continúa en la página 749)

Apéndice B. Propiedades típicas de materiales seleccionados usados en ingeniería[1,5]
(Unidades utilizadas en Estados Unidos)
Continuación de la página 746

Material	Peso específico lb/in.³	Resistencia última: Tensión, ksi	Resistencia última: Compresión,[2] ksi	Resistencia última: Cortante, ksi	Cedencia[3]: Tensión, ksi	Cedencia[3]: Cortante, ksi	Módulo de elasticidad, 10^6 psi	Módulo de rigidez, 10^6 psi	Coeficiente de expansión, 10^{-6}/°F	Ductilidad, porcentaje de elongación en 2 in.
Aleaciones de magnesio										
AZ80 (Forjado)	0.065	50		23	36		6.5	2.4	14	6
AZ31 (Extrusión)	0.064	37		19	29		6.5	2.4	14	12
Titanio										
Aleación (6% Al, 4% V)	0.161	130			120		16.5		5.3	10
Aleación monel 400(Ni-Cu)										
En frío	0.319	98			85	50	26		7.7	22
Recocida	0.319	80			32	18	26		7.7	46
Cuproníquel (90% Cu, 10% Ni)										
Recocido	0.323	53			16		20	7.5	9.5	35
Trabajado en frío	0.323	85			79		20	7.5	9.5	3
Madera,[4] secada al aire										
Pino-Douglas	0.017	15	7.2	1.1			1.9	.1	Varía	
Picea, Sitka	0.015	8.6	5.6	1.1			1.5	.07	1.7 a 2.5	
Pino de hoja corta	0.018		7.3	1.4			1.7			
Pino blanco	0.014		5.0	1.0			1.5			
Pino Ponderosa	0.015	8.4	5.3	1.1			1.3			
Roble blanco	0.025		7.4	2.0			1.8			
Roble rojo	0.024		6.8	1.8			1.8			
Abeto occidental	0.016	13	7.2	1.3			1.6			
Nogal de corteza fibrosa	0.026		9.2	2.4			2.2			
Secoya	0.015	9.4	6.1	0.9			1.3			
Concreto										
Resistencia media	0.084		4.0				3.6		5.5	
Alta resistencia	0.084		6.0				4.5		5.5	
Plásticos										
Nylon, tipo 6/6 (moldeado)	0.0412	11	14		6.5		0.4		80	50
Policarbonato	0.0433	9.5	12.5		9		0.35		68	110
Poliéster, PBT (termoplástico)	0.0484	8	11		8		0.35		75	150
Poliéster elastomérico	0.0433	6.5		5.5			0.03			500
Poliestireno	0.0374	8	13		8		0.45		70	2
Vinilo, PVC rígido	0.0520	6	10		6.5		0.45		75	40
Caucho	0.033	2							90	600
Granito (promedio)	0.100	3	35	5			10	4	4	
Mármol (promedio)	0.100	2	18	4			8	3	6	
Arenisca (promedio)	0.083	1	12	2			6	2	5	
Cristal, 98% de sílice	0.079		7				9.6	4.1	44	

[1] Las propiedades de los metales varían ampliamente con la composición, el tratamiento térmico y el trabajado mecánico.
[2] Para materiales dúctiles la resistencia a compresión se supone igual a la resistencia a tensión.
[3] *Offset* 0.2%.
[4] Las propiedades de la madera son para carga paralela a la fibra.
[5] Véase también *Mark's Mechanical Engineering Handbook*, 10a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1996; *Annual Book of ASTM*, American Society for Testing Materials, Philadelphia, Pa.; *Metals Handbook*, American Society for Metals, Metals Park, Ohio; y *Aluminum Design Manual*, The Aluminum Association, Washington, D.C.

Apéndice B. Propiedades típicas de materiales seleccionados usados en ingeniería[1,5] (Unidades SI)

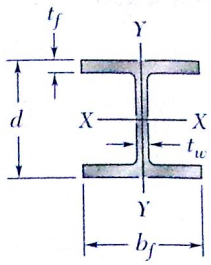
Continuación de la página 747

Material	Densidad, kg/m³	Resistencia última: Tensión, MPa	Resistencia última: Compresión,[2] MPa	Resistencia última: Cortante, MPa	Cedencia[3]: Tensión, MPa	Cedencia[3]: Cortante, MPa	Módulo de elasticidad, GPa	Módulo de rigidez, GPa	Coeficiente de expansión térmica, 10^{-6}/°C	Ductilidad, porcentaje de elongación en 50 mm
Aleaciones de magnesio										
AZ80 (Forjado)	1 800	345		160	250		45	16	25.2	6
AZ31 (Extrusión)	1 770	255		130	200		45	16	25.2	12
Titanio										
Aleación (6% Al, 4% V)	4 730	900			830		115		9.5	10
Aleación monel 400(Ni-Cu)										
En frío	8 830	675			585	345	180		13.9	22
Recocida	8 830	550			220	125	180		13.9	46
Cuproníquel (90% Cu, 10% Ni)										
Recocido	8 940	365			110		140	52	17.1	35
Trabajado en frío	8 940	585			545		140	52	17.1	3
Madera[4] secada al aire										
Pino-Douglas	470	100	50	7.6			13	0.7	Varía	
Picea, Sitka	415	60	39	7.6			10	0.5	3.0 a 4.5	
Pino de hoja corta	500		50	9.7			12			
Pino blanco	390		34	7.0			10			
Pino Ponderosa	415	55	36	7.6			9			
Roble blanco	690		51	13.8			12			
Roble rojo	660		47	12.4			12			
Abeto occidental	440	90	50	10.0			11			
Nogal de corteza fibrosa	720		63	16.5			15			
Secoya	415	65	42	6.2			9			
Concreto										
Resistencia media	2 320		28				25		9.9	
Alta resistencia	2 320		40				30		9.9	
Plásticos										
Nylon, tipo 6/6, (moldeado)	1 140	75	95		45		2.8		144	50
Policarbonato	1 200	65	85		35		2.4		122	110
Poliéster PBT (termoplástico)	1 340	55	75		55		2.4		135	150
Poliéster elastomérico	1 200	45		40			0.2			500
Poliestireno	1 030	55	90		55		3.1		125	2
Vinilo, PVC rígido	1 440	40	70		45		3.1		135	40
Caucho	910	15							162	600
Granito (promedio)	2 770	20	240	35			70	4	7.2	
Mármol (promedio)	2 770	15	125	28			55	3	10.8	
Arenisca (promedio)	2 300	7	85	14			40	2	9.0	
Cristal, 98% sílice	2 190		50				65	4.1	80	

[1] Las propiedades de los metales varían ampliamente con la composición, el tratamiento térmico y el trabajado mecánico.
[2] Para materiales dúctiles la resistencia a compresión se supone igual a la resistencia a tensión.
[3] *Offset* 0.2%.
[4] Las propiedades de la madera son para carga paralela a la fibra.
[5] Véase también *Mark's Mechanical Engineering Handbook*, 10a. ed., McGraw-Hill, Nueva York, 1996; *Annual Book of ASTM*, American Society for Testing Materials, Philadelphia, Pa.; *Metals Handbook*, American Society for Metals, Metals Park, Ohio; y *Aluminum Design Manual*, The Aluminum Association, Washington, D.C.

Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero
(Unidades utilizadas en Estados Unidos)

Perfiles W
(Perfiles de aleta ancha)



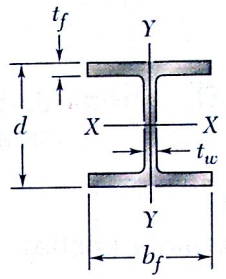
Designación†	Área A, in.^{2}	Altura d, in.	Aleta: Ancho b_f, in.	Aleta: Espesor t_f, in.	Espesor del alma t_w, in.	Eje X-X: I_x, in.^{4}	Eje X-X: S_x, in.^{3}	Eje X-X: r_x, in.	Eje Y-Y: I_y, in.^{4}	Eje Y-Y: S_y, in.^{3}	Eje Y-Y: r_y, in.
W36 × 300	88.3	36.74	16.655	1.680	0.945	20 300	1 110	15.2	1 300	156	3.83
135	39.7	35.55	11.950	0.790	0.600	7 800	439	14.0	225	37.7	2.38
W33 × 201	59.1	33.68	15.745	1.150	0.715	11 500	684	14.0	749	95.2	3.56
118	34.7	32.86	11.480	0.740	0.550	5 900	359	13.0	187	32.6	2.32
W30 × 173	50.8	30.44	14.985	1.065	0.655	8 200	539	12.7	598	79.8	3.43
99	29.1	29.65	10.450	0.670	0.520	3 990	269	11.7	128	24.5	2.10
W27 × 146	42.9	27.38	13.965	0.975	0.605	5 630	411	11.4	443	63.5	3.21
84	24.8	26.71	9.960	0.640	0.460	2 850	213	10.7	106	21.2	2.07
W24 × 104	30.6	24.06	12.750	0.750	0.500	3 100	258	10.1	259	40.7	2.91
68	20.1	23.73	8.965	0.585	0.415	1 830	154	9.55	70.4	15.7	1.87
W21 × 101	29.8	21.36	12.290	0.800	0.500	2 420	227	9.02	248	40.3	2.89
62	18.3	20.99	8.240	0.615	0.400	1 330	127	8.54	57.5	13.9	1.77
44	13.0	20.66	6.500	0.450	0.350	843	81.6	8.06	20.7	6.36	1.26
W18 × 106	31.1	18.73	11.200	0.940	0.590	1 910	204	7.84	220	39.4	2.66
76	22.3	18.21	11.035	0.680	0.425	1 330	146	7.73	152	27.6	2.61
50	14.7	17.99	7.495	0.570	0.355	800	88.9	7.38	40.1	10.7	1.65
35	10.3	17.70	6.000	0.425	0.300	510	57.6	7.04	15.3	5.12	1.22
W16 × 77	22.6	16.52	10.295	0.760	0.455	1 110	134	7.00	138	26.9	2.47
57	16.8	16.43	7.120	0.715	0.430	758	92.2	6.72	43.1	12.1	1.60
40	11.8	16.01	6.995	0.505	0.305	518	64.7	6.63	28.9	8.25	1.57
31	9.12	15.88	5.525	0.440	0.275	375	47.2	6.41	12.4	4.49	1.17
26	7.68	15.69	5.500	0.345	0.250	301	38.4	6.26	9.59	3.49	1.12
W14 × 370	109	17.92	16.475	2.660	1.655	5 440	607	7.07	1 990	241	4.27
145	42.7	14.78	15.500	1.090	0.680	1 710	232	6.33	677	87.3	3.98
82	24.1	14.31	10.130	0.855	0.510	882	123	6.05	148	29.3	2.48
68	20.0	14.04	10.035	0.720	0.415	723	103	6.01	121	24.2	2.46
53	15.6	13.92	8.060	0.660	0.370	541	77.8	5.89	57.7	14.3	1.92
43	12.6	13.66	7.995	0.530	0.305	428	62.7	5.82	45.2	11.3	1.89
38	11.2	14.10	6.770	0.515	0.310	385	54.6	5.87	26.7	7.88	1.55
30	8.85	13.84	6.730	0.385	0.270	291	42.0	5.73	19.6	5.82	1.49
26	7.69	13.91	5.025	0.420	0.255	245	35.3	5.65	8.91	3.54	1.08
22	6.49	13.74	5.000	0.335	0.230	199	29.0	5.54	7.00	2.80	1.04

† Un perfil de aleta ancha se designa por la letra W seguida de la altura en in. y el peso en lb/ft.

(*La tabla continúa en la página 752*)

Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero (Unidades SI)

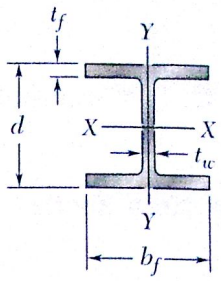
Perfiles W
(Perfiles de aleta ancha)



Designación†	Área A, mm²	Altura d, mm	Aleta: Ancho b_f, mm	Aleta: Espesor t_f, mm	Espesor del alma t_w, mm	Eje X-X: I_x 10^6 mm⁴	Eje X-X: S_x 10^3 mm³	Eje X-X: r_x mm	Eje Y-Y: I_y 10^6 mm⁴	Eje Y-Y: S_y 10^3 mm³	Eje Y-Y: r_y mm
W920 × 446	57 000	933	423	42.70	24.0	8 470	18 200	385	540	2 550	97.3
201	25 600	903	304	20.10	15.2	3 250	7 200	356	94.4	621	60.7
W840 × 299	38 100	855	400	29.20	18.2	4 790	11 200	355	312	1 560	90.5
176	22 400	835	292	18.80	14.0	2 460	5 890	331	78.2	536	59.1
W760 × 257	32 600	773	381	27.10	16.6	3 420	8 850	324	250	1 310	87.6
147	18 700	753	265	17.00	13.2	1 660	4 410	298	52.9	399	53.2
W690 × 217	27 700	695	355	24.80	15.4	2 340	6 730	291	185	1 040	81.7
125	16 000	678	253	16.30	11.7	1 190	3 510	273	44.1	349	52.5
W610 × 155	19 700	611	324	19.00	12.7	1 290	4 220	256	108	667	74.0
101	13 000	603	228	14.90	10.5	764	2 530	242	29.5	259	47.6
W530 × 150	19 200	543	312	20.30	12.7	1 010	3 720	229	103	660	73.2
92	11 800	533	209	15.60	10.2	552	2 070	216	23.8	228	44.9
66	8 370	525	165	11.40	8.9	351	1 340	205	8.57	104	32.0
W460 × 158	20 100	476	284	23.90	15.0	796	3 340	199	91.4	644	67.4
113	14 400	463	280	17.30	10.8	556	2 400	196	63.3	452	66.3
74	9 450	457	190	14.50	9.0	333	1 460	188	16.6	175	41.9
52	6 630	450	152	10.80	7.6	212	942	179	6.34	83.4	30.9
W410 × 114	14 600	420	261	19.30	11.6	462	2 200	178	57.2	438	62.6
85	10 800	417	181	18.20	10.9	315	1 510	171	18.0	199	40.8
60	7 580	407	178	12.80	7.7	216	1 060	169	12.1	136	40.0
46.1	5 890	403	140	11.20	7.0	156	774	163	5.14	73.4	29.5
38.8	4 990	399	140	8.80	6.4	127	637	160	4.04	57.7	28.5
W360 × 551	70 100	455	418	67.60	42.0	2 260	9 930	180	825	3 950	108
216	27 600	375	394	27.70	17.3	712	3 800	161	283	1 440	101
122	15 500	363	257	21.70	13.0	365	2 010	153	61.5	479	63.0
101	12 900	357	255	18.30	10.5	302	1 690	153	50.6	397	62.6
79	10 100	354	205	16.80	9.4	227	1 280	150	24.2	236	48.9
64	8 140	347	203	13.50	7.7	178	1 030	148	18.9	186	48.2
57.8	7 220	358	172	13.10	7.9	161	899	149	11.1	129	39.2
44	5 730	352	171	9.80	6.9	122	693	146	8.18	95.7	37.8
39	4 980	353	128	10.70	6.5	102.0	578	143	3.75	58.6	27.4
32.9	4 170	349	127	8.50	5.8	82.7	474	141	2.91	45.8	26.4

† Un perfil de aleta ancha se designa por la letra W seguida de la altura nominal en mm y la masa en kilogramo por metro.

(*La tabla continúa en la página 753*)



Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero

(Unidades utilizadas en Estados Unidos)

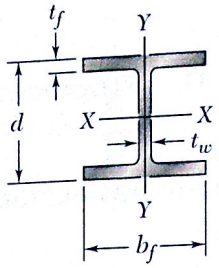
(Continuación de la página 750)

Perfiles W

(Perfiles de aleta ancha)

Designación†	Área A, in.^{2}	Altura d, in.	Aleta		Espesor del alma t_w, in.	Eje X-X			Eje Y-Y		
			Ancho b_f, in.	Espesor t_f, in.		I_x, in.^{4}	S_x, in.^{3}	r_x, in.	I_y, in.^{4}	S_y, in.^{3}	r_y, in.
W12 × 96	28.2	12.71	12.160	0.900	0.550	833	131	5.44	270	44.4	3.09
72	21.1	12.25	12.040	0.670	0.430	597	97.4	5.31	195	32.4	3.04
50	14.7	12.19	8.080	0.640	0.370	394	64.7	5.18	56.3	13.9	1.96
40	11.8	11.94	8.005	0.515	0.295	310	51.9	5.13	44.1	11.0	1.93
35	10.3	12.50	6.560	0.520	0.300	285	45.6	5.25	24.5	7.47	1.54
30	8.79	12.34	6.520	0.440	0.260	238	38.6	5.21	20.3	6.24	1.52
26	7.65	12.22	6.490	0.380	0.230	204	33.4	5.17	17.3	5.34	1.51
22	6.48	12.31	4.030	0.425	0.260	156	25.4	4.91	4.66	2.31	0.847
16	4.71	11.99	3.990	0.265	0.220	103	17.1	4.67	2.82	1.41	0.773
W10 × 112	32.9	11.36	10.415	1.250	0.755	716	126	4.66	236	45.3	2.68
68	20.0	10.40	10.130	0.770	0.470	394	75.7	4.44	134	26.4	2.59
54	15.8	10.09	10.030	0.615	0.370	303	60.0	4.37	103	20.6	2.56
45	13.3	10.10	8.020	0.620	0.350	248	49.1	4.32	53.4	13.3	2.01
39	11.5	9.92	7.985	0.530	0.315	209	42.1	4.27	45.0	11.3	1.98
33	9.71	9.73	7.960	0.435	0.290	170	35.0	4.19	36.6	9.20	1.94
30	8.84	10.47	5.810	0.510	0.300	170	32.4	4.38	16.7	5.75	1.37
22	6.49	10.17	5.750	0.360	0.240	118	23.2	4.27	11.4	3.97	1.33
19	5.62	10.24	4.020	0.395	0.250	96.3	18.8	4.14	4.29	2.14	0.874
15	4.41	9.99	4.000	0.270	0.230	68.9	13.8	3.95	2.89	1.45	0.810
W8 × 58	17.1	8.75	8.220	0.810	0.510	228	52.0	3.65	75.1	18.3	2.10
48	14.1	8.50	8.110	0.685	0.400	184	43.3	3.61	60.9	15.0	2.08
40	11.7	8.25	8.070	0.560	0.360	146	35.5	3.53	49.1	12.2	2.04
35	10.3	8.12	8.020	0.495	0.310	127	31.2	3.51	42.6	10.6	2.03
31	9.13	8.00	7.995	0.435	0.285	110	27.5	3.47	37.1	9.27	2.02
28	8.25	8.06	6.535	0.465	0.285	98.0	24.3	3.45	21.7	6.63	1.62
24	7.08	7.93	6.495	0.400	0.245	82.8	20.9	3.42	18.3	5.63	1.61
21	6.16	8.28	5.270	0.400	0.250	75.3	18.2	3.49	9.77	3.71	1.26
18	5.26	8.14	5.250	0.330	0.230	61.9	15.2	3.43	7.97	3.04	1.23
15	4.44	8.11	4.015	0.315	0.245	48.0	11.8	3.29	3.41	1.70	0.876
13	3.84	7.99	4.000	0.255	0.230	39.6	9.91	3.21	2.73	1.37	0.843
W6 × 25	7.34	6.38	6.080	0.455	0.320	53.4	16.7	2.70	17.1	5.61	1.52
20	5.87	6.20	6.020	0.365	0.260	41.4	13.4	2.66	13.3	4.41	1.50
16	4.74	6.28	4.030	0.405	0.260	32.1	10.2	2.60	4.43	2.20	0.966
12	3.55	6.03	4.000	0.280	0.230	22.1	7.31	2.49	2.99	1.50	0.918
9	2.68	5.90	3.940	0.215	0.170	16.4	5.56	2.47	2.19	1.11	0.905
W5 × 19	5.54	5.15	5.030	0.430	0.270	26.2	10.2	2.17	9.13	3.63	1.28
16	4.68	5.01	5.000	0.360	0.240	21.3	8.51	2.13	7.51	3.00	1.27
W4 × 13	3.83	4.16	4.060	0.345	0.280	11.3	5.46	1.72	3.86	1.90	1.00

† Un perfil de aleta ancha se designa por la letra W seguida de la altura en in. y el peso en lb/ft.



Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero

(Unidades SI)

Continuación de la página 751

Perfiles W

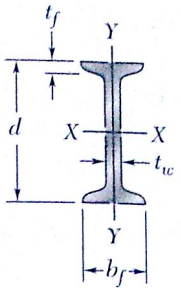
(Perfiles de aleta ancha)

Designación†	Área A, mm²	Altura d, mm	Aleta: Ancho b_f, mm	Aleta: Espesor t_f, mm	Espesor del alma t_w, mm	Eje X-X: I_x 10^6 mm⁴	Eje X-X: S_x 10^3 mm³	Eje X-X: r_x mm	Eje Y-Y: I_y 10^6 mm⁴	Eje Y-Y: S_y 10^3 mm³	Eje Y-Y: r_y mm
W310 × 143	18 200	323	309	22.9	14.0	348	2 150	138	113	731	78.8
107	13 600	311	306	17.0	10.9	248	1 590	135	81.2	531	77.3
74	9 480	310	205	16.3	9.4	165	1 060	132	23.4	228	49.7
60	7 590	303	203	13.1	7.5	129	851	130	18.3	180	49.1
52	6 670	318	167	13.2	7.6	119	748	134	10.3	123	39.3
44.5	5 690	313	166	11.2	6.6	99.2	634	132	8.55	103	38.8
38.7	4 940	310	165	9.7	5.8	85.1	549	131	7.27	88.1	38.4
32.7	4 180	313	102	10.8	6.6	65.0	415	125	1.92	37.6	21.4
23.8	3 040	305	101	6.7	5.6	42.7	280	119	1.16	23.0	19.5
W250 × 167	21 300	289	265	31.8	19.2	300	2 080	119	98.8	746	68.1
101	12 900	264	257	19.6	11.9	164	1 240	113	55.5	432	65.6
80	10 200	256	255	15.6	9.4	126	984	111	43.1	338	65.0
67	8 580	257	204	15.7	8.9	104	809	110	22.2	218	51.0
58	7 420	252	203	13.5	8.0	87.3	693	108	18.8	185	50.3
49.1	6 250	247	202	11.0	7.4	70.6	572	106	15.1	150	49.2
44.8	5 720	266	148	13.0	7.6	71.1	535	111	7.03	95.0	35.1
32.7	4 180	258	146	9.1	6.1	48.9	379	108	4.73	64.8	33.7
28.4	3 630	260	102	10.0	6.4	40.0	308	105	1.78	34.9	22.1
22.3	2 850	254	102	6.9	5.8	28.9	228	101	1.23	24.1	20.8
W200 × 86	11 000	222	209	20.6	13.0	94.7	853	92.4	31.4	300	53.2
71	9 100	216	206	17.4	10.2	76.6	709	91.7	25.4	247	52.8
59	7 560	210	205	14.2	9.1	61.1	582	89.9	20.4	199	51.9
52	6 660	206	204	12.6	7.9	52.7	512	89.0	17.8	175	51.7
46.1	5 860	203	203	11.0	7.2	45.5	448	87.9	15.3	151	51.1
41.7	5 310	205	166	11.8	7.2	40.9	399	87.8	9.01	109	41.2
35.9	4 580	201	165	10.2	6.2	34.4	342	86.7	7.64	92.6	40.8
31.3	4 000	210	134	10.2	6.4	31.4	299	88.6	4.1	61.2	32.0
26.6	3 390	207	133	8.4	5.8	25.8	249	87.2	3.3	49.6	31.2
22.5	2 860	206	102	8.0	6.2	20.0	194	83.6	1.42	27.8	22.3
19.3	2 480	203	102	6.5	5.8	16.6	164	81.8	1.15	22.5	21.5
W150 × 37.1	4 730	162	154	11.6	8.1	22.2	274	68.5	7.07	91.8	38.7
29.8	3 790	157	153	9.3	6.6	17.2	219	67.4	5.56	72.7	38.3
24.0	3 060	160	102	10.3	6.6	13.4	168	66.2	1.83	35.9	24.5
18.0	2 290	153	102	7.1	5.8	9.17	120	63.3	1.26	24.7	23.5
13.5	1 730	150	100	5.5	4.3	6.87	91.6	63.0	0.918	18.4	23.0
W130 × 28.1	3 580	131	128	10.9	6.9	10.9	166	55.2	3.81	59.5	32.6
23.8	3 010	127	127	9.1	6.1	8.80	139	54.1	3.11	49.0	32.1
W100 × 19.3	2 480	106	103	8.8	7.1	4.77	90.0	43.9	1.61	31.3	25.5

† Un perfil de aleta ancha se designa por la letra W seguida de la altura nominal en mm y la masa en kilogramos por metro.

Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero
(Unidades utilizadas en Estados Unidos)

Formas S
(Formas normales estadounidenses)



Designación†	Área A, in.^{2}	Altura d, in.	Aleta: Ancho b_f, in.	Aleta: Espesor t_f, in.	Espesor del alma t_w, in.	Eje X-X: I_x, in.^{4}	Eje X-X: S_x, in.^{3}	Eje X-X: r_x, in.	Eje Y-Y: I_y, in.^{4}	Eje Y-Y: S_y, in.^{3}	Eje Y-Y: r_y, in.
S24 × 121	35.6	24.50	8.050	1.090	0.800	3 160	258	9.43	83.3	20.7	1.53
106	31.2	24.50	7.870	1.090	0.620	2 940	240	9.71	77.1	19.6	1.57
100	29.3	24.00	7.245	0.870	0.745	2 390	199	9.02	47.7	13.2	1.27
90	26.5	24.00	7.125	0.870	0.625	2 250	187	9.21	44.9	12.6	1.30
80	23.5	24.00	7.000	0.870	0.500	2 100	175	9.47	42.2	12.1	1.34
S20 × 96	28.2	20.30	7.200	0.920	0.800	1 670	165	7.71	50.2	13.9	1.33
86	25.3	20.30	7.060	0.920	0.660	1 580	155	7.89	46.8	13.3	1.36
75	22.0	20.00	6.385	0.795	0.635	1 280	128	7.62	29.8	9.32	1.16
66	19.4	20.00	6.255	0.795	0.505	1 190	119	7.83	27.7	8.85	1.19
S18 × 70	20.6	18.00	6.251	0.691	0.711	926	103	6.71	24.1	7.72	1.08
54.7	16.1	18.00	6.001	0.691	0.461	804	89.4	7.07	20.8	6.94	1.14
S15 × 50	14.7	15.00	5.640	0.622	0.550	486	64.8	5.75	15.7	5.57	1.03
42.9	12.6	15.00	5.501	0.622	0.411	447	59.6	5.95	14.4	5.23	1.07
S12 × 50	14.7	12.00	5.477	0.659	0.687	305	50.8	4.55	15.7	5.74	1.03
40.8	12.0	12.00	5.252	0.659	0.462	272	45.4	4.77	13.6	5.16	1.06
35	10.3	12.00	5.078	0.544	0.428	229	38.2	4.72	9.87	3.89	0.980
31.8	9.35	12.00	5.000	0.544	0.350	218	36.4	4.83	9.36	3.74	1.00
S10 × 35	10.3	10.00	4.944	0.491	0.594	147	29.4	3.78	8.36	3.38	0.901
25.4	7.46	10.00	4.661	0.491	0.311	124	24.7	4.07	6.79	2.91	0.954
S8 × 23	6.77	8.00	4.171	0.425	0.441	64.9	16.2	3.10	4.31	2.07	0.798
18.4	5.41	8.00	4.001	0.425	0.271	57.6	14.4	3.26	3.73	1.86	0.831
S6 × 17.25	5.07	6.00	3.565	0.359	0.465	26.3	8.77	2.28	2.31	1.30	0.675
12.5	3.67	6.00	3.332	0.359	0.232	22.1	7.37	2.45	1.82	1.09	0.705
S5 × 10	2.94	5.00	3.004	0.326	0.214	12.3	4.92	2.05	1.22	0.809	0.643
S4 × 9.5	2.79	4.00	2.796	0.293	0.326	6.79	3.39	1.56	0.903	0.646	0.569
7.7	2.26	4.00	2.663	0.293	0.193	6.08	3.04	1.64	0.764	0.574	0.581
S3 × 7.5	2.21	3.00	2.509	0.260	0.349	2.93	1.95	1.15	0.586	0.468	0.516
5.7	1.67	3.00	2.330	0.260	0.170	2.52	1.68	1.23	0.455	0.390	0.522

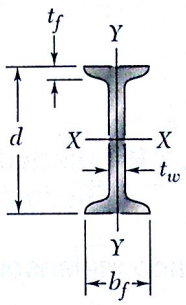
† Un perfil de aleta ancha se designa por la letra S seguida de la altura en in. y el peso en lb/ft.

Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero

(Unidades SI)

Formas S

(Formas normales estadounidenses)

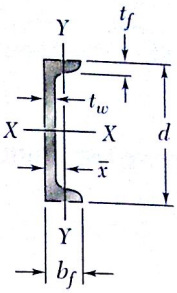


Designación†	Área A, mm²	Altura d, mm	Aleta: Ancho b_f, mm	Aleta: Espesor t_f, mm	Espesor del alma t_w, mm	Eje X-X: I_x 10^6 mm⁴	Eje X-X: S_x 10^3 mm³	Eje X-X: r_x mm	Eje Y-Y: I_y 10^6 mm⁴	Eje Y-Y: S_y 10^3 mm³	Eje Y-Y: r_y mm
S610 × 180	22 900	622	204	27.7	20.3	1 320	4 240	240	34.9	341	39.0
158	20 100	622	200	27.7	15.7	1 230	3 950	247	32.5	321	39.9
149	19 000	610	184	22.1	18.9	995	3 260	229	20.2	215	32.3
134	17 100	610	181	22.1	15.9	938	3 080	234	19.0	206	33.0
119	15 200	610	178	22.1	12.7	878	2 880	240	17.9	198	34.0
S510 × 143	18 200	516	183	23.4	20.3	700	2 710	196	21.3	228	33.9
128	16 400	516	179	23.4	16.8	658	2 550	200	19.7	216	34.4
112	14 200	508	162	20.2	16.1	530	2 090	193	12.6	152	29.5
98.3	12 500	508	159	20.2	12.8	495	1 950	199	11.8	145	30.4
S460 × 104	13 300	457	159	17.6	18.1	385	1 685	170	10.4	127	27.5
81.4	10 400	457	152	17.6	11.7	333	1 460	179	8.83	113	28.8
S380 × 74	9 500	381	143	15.6	14.0	201	1 060	145	6.65	90.8	26.1
64	8 150	381	140	15.8	10.4	185	971	151	6.15	85.7	27.1
S310 × 74	9 480	305	139	16.7	17.4	126	826	115	6.69	93.2	26.1
60.7	7 730	305	133	16.7	11.7	113	741	121	5.73	83.6	26.8
52	6 650	305	129	13.8	10.9	95.3	625	120	4.19	63.6	24.8
47.3	6 040	305	127	13.8	8.9	90.5	593	122	3.97	61.1	25.3
S250 × 52	6 670	254	126	12.5	15.1	61.2	482	95.8	3.59	55.7	22.9
37.8	4 820	254	118	12.5	7.9	51.1	402	103	2.86	47.5	24.1
S200 × 34	4 370	203	106	10.8	11.2	26.8	264	78.3	1.83	33.8	20.2
27.4	3 500	203	102	10.8	6.9	23.9	235	82.6	1.60	30.6	21.1
S150 × 25.7	3 270	152	91	9.1	11.8	10.8	142	57.5	1.00	21.3	17.2
18.6	2 370	152	85	9.1	5.8	9.11	120	62.0	0.782	18.0	18.0
S130 × 15	1 890	127	76	8.3	5.4	5.07	79.8	51.8	0.513	13.2	16.3
S100 × 14.1	1 800	102	71	7.4	8.3	2.82	55.3	39.6	0.383	10.5	14.4
11.5	1 460	102	68	7.4	4.9	2.53	49.6	41.6	0.328	9.41	14.8
S75 × 11.2	1 430	76	64	6.6	8.9	1.20	31.6	29.0	0.254	7.72	13.1
8.5	1 070	76	59	6.6	4.3	1.03	27.1	31.0	0.190	6.44	13.3

† Una viga normal estadounidense se designa por la letra S seguida de la altura nominal en mm y la masa en kilogramos por metro.

Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero
(Unidades utilizadas en Estados Unidos)

Formas C
(Canales estadounidenses normales)

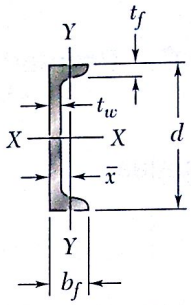


Designación†	Área A, in.^{2}	Altura d, in.	Aleta: Ancho b_f, in.	Aleta: Espesor t_f, in.	Espesor del alma t_w, in.	Eje X-X: I_x, in.^{4}	Eje X-X: S_x, in.^{3}	Eje X-X: r_x, in.	Eje Y-Y: I_y, in.^{4}	Eje Y-Y: S_y, in.^{3}	Eje Y-Y: r_y, in.	Eje Y-Y: x, in.
C15 × 50	14.7	15.00	3.716	0.650	0.716	404	53.8	5.24	11.0	3.78	0.867	0.798
40	11.8	15.00	3.520	0.650	0.520	349	46.5	5.44	9.23	3.37	0.886	0.777
33.9	9.96	15.00	3.400	0.650	0.400	315	42.0	5.62	8.13	3.11	0.904	0.787
C12 × 30	8.82	12.00	3.170	0.501	0.510	162	27.0	4.29	5.14	2.06	0.763	0.674
25	7.35	12.00	3.047	0.501	0.387	144	24.1	4.43	4.47	1.88	0.780	0.674
20.7	6.09	12.00	2.942	0.501	0.282	129	21.5	4.61	3.88	1.73	0.799	0.698
C10 × 30	8.82	10.00	3.033	0.436	0.673	103	20.7	3.42	3.94	1.65	0.669	0.649
25	7.35	10.00	2.886	0.436	0.526	91.2	18.2	3.52	3.36	1.48	0.676	0.617
20	5.88	10.00	2.739	0.436	0.379	78.9	15.8	3.66	2.81	1.32	0.692	0.606
15.3	4.49	10.00	2.600	0.436	0.240	67.4	13.5	3.87	2.28	1.16	0.713	0.634
C9 × 20	5.88	9.00	2.648	0.413	0.448	60.9	13.5	3.22	2.42	1.17	0.642	0.583
15	4.41	9.00	2.485	0.413	0.285	51.0	11.3	3.40	1.93	1.01	0.661	0.586
13.4	3.94	9.00	2.433	0.413	0.233	47.9	10.6	3.48	1.76	0.962	0.669	0.601
C8 × 18.75	5.51	8.00	2.527	0.390	0.487	44.0	11.0	2.82	1.98	1.01	0.599	0.565
13.75	4.04	8.00	2.343	0.390	0.303	36.1	9.03	2.99	1.53	0.854	0.615	0.553
11.5	3.38	8.00	2.260	0.390	0.220	32.6	8.14	3.11	1.32	0.781	0.625	0.571
C7 × 12.25	3.60	7.00	2.194	0.366	0.314	24.2	6.93	2.60	1.17	0.703	0.571	0.525
9.8	2.87	7.00	2.090	0.366	0.210	21.3	6.08	2.72	0.968	0.625	0.581	0.540
C6 × 13	3.83	6.00	2.157	0.343	0.437	17.4	5.80	2.13	1.05	0.642	0.525	0.514
10.5	3.09	6.00	2.034	0.343	0.314	15.2	5.06	2.22	0.866	0.564	0.529	0.499
8.2	2.40	6.00	1.920	0.343	0.200	13.1	4.38	2.34	0.693	0.492	0.537	0.511
C5 × 9	2.64	5.00	1.885	0.320	0.325	8.90	3.56	1.83	0.632	0.450	0.489	0.478
6.7	1.97	5.00	1.750	0.320	0.190	7.49	3.00	1.95	0.479	0.378	0.493	0.484
C4 × 7.25	2.13	4.00	1.721	0.296	0.321	4.59	2.29	1.47	0.433	0.343	0.450	0.459
5.4	1.59	4.00	1.584	0.296	0.184	3.85	1.93	1.56	0.319	0.283	0.449	0.457
C3 × 6	1.76	3.00	1.596	0.273	0.356	2.07	1.38	1.08	0.305	0.268	0.416	0.455
5	1.47	3.00	1.498	0.273	0.258	1.85	1.24	1.12	0.247	0.233	0.410	0.438
4.1	1.21	3.00	1.410	0.273	0.170	1.66	1.10	1.17	0.197	0.202	0.404	0.436

† Un canal americano normal se designa por la letra C, seguida de la altura nominal en in. y el peso en lb/ft.

Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero
(Unidades SI)

Formas C
(Canales americanos normales)

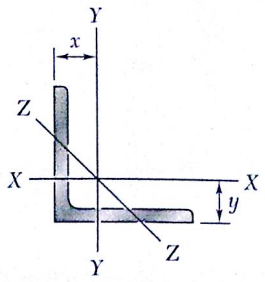


Designación†	Área A, mm²	Altura d, mm	Aleta: Ancho b_f, mm	Aleta: Espesor t_f, mm	Espesor del alma t_w, mm	Eje X-X: I_x 10^6 mm⁴	Eje X-X: S_x 10^3 mm³	Eje X-X: r_x mm	Eje Y-Y: I_y 10^6 mm⁴	Eje Y-Y: S_y 10^3 mm³	Eje Y-Y: r_y mm	Eje Y-Y: $\bar{x}$ mm
C380 × 74	9 480	381	94	16.5	18.2	167	877	133	4.54	61.5	21.9	20.2
60	7 570	381	89	16.5	13.2	144	756	138	3.79	54.7	22.4	19.7
50.4	6 430	381	86	16.5	10.2	134	688	143	3.34	50.5	22.8	19.9
C310 × 45	5 690	305	80	12.7	13.0	67.2	441	109	2.09	33.2	19.2	17.0
37	4 720	305	77	12.7	9.8	59.7	391	112	1.83	30.5	19.7	17.0
30.8	3 920	305	74	12.7	7.2	53.4	350	117	1.57	27.7	20.0	17.4
C250 × 45	5 670	254	76	11.1	17.1	42.7	336	86.8	1.58	26.5	16.7	16.3
37	4 750	254	73	11.1	13.4	37.9	298	89.3	1.38	24.0	17.0	15.6
30	3 780	254	69	11.1	9.6	32.6	257	92.9	1.14	21.2	17.4	15.3
22.8	2 880	254	65	11.1	6.1	27.7	218	98.1	0.912	18.5	17.8	15.8
C230 × 30	3 800	229	67	10.5	11.4	25.4	222	81.8	0.997	19.1	16.2	14.7
22	2 840	229	63	10.5	7.2	21.2	185	86.4	0.796	16.5	16.7	14.9
19.9	2 530	229	61	10.5	5.9	19.8	173	88.5	0.708	15.4	16.7	15.0
C200 × 27.9	3 560	203	64	9.9	12.4	18.2	179	71.5	0.817	16.4	15.1	14.3
20.5	2 660	203	59	9.9	7.7	14.9	147	75.7	0.620	13.7	15.4	13.9
17.1	2 170	203	57	9.9	5.6	13.4	132	78.6	0.538	12.6	15.7	14.4
C180 × 18.2	2 310	178	55	9.3	8.0	10.0	112	65.8	0.470	11.2	14.3	13.1
14.6	1 850	178	53	9.3	5.3	8.83	99.2	69.1	0.400	10.2	14.7	13.7
C150 × 19.3	2 450	152	54	8.7	11.1	7.11	93.6	53.9	0.420	10.2	13.1	12.9
15.6	1 980	152	51	8.7	8.0	6.21	81.7	56.0	0.347	9.01	13.2	12.5
12.2	1 540	152	48	8.7	5.1	5.35	70.4	58.9	0.276	7.82	13.4	12.7
C130 × 13	1 710	127	48	8.1	8.3	3.70	58.3	46.5	0.264	7.37	12.4	12.2
10.4	1 310	127	47	8.1	4.8	3.25	51.2	49.8	0.229	6.74	13.2	13.0
C100 × 10.8	1 370	102	43	7.5	8.2	1.90	37.3	37.2	0.172	5.44	11.2	11.4
8.0	1 020	102	40	7.5	4.7	1.61	31.6	39.7	0.130	4.56	11.3	11.5
C75 × 8.9	1 130	76.2	40	6.9	9.0	0.850	22.3	27.4	0.122	4.25	10.4	11.3
7.4	936	76.2	37	6.9	6.6	0.751	19.7	28.3	0.0948	3.62	10.1	10.8
6.1	765	76.2	35	6.9	4.3	0.671	17.6	29.6	0.0765	3.16	10.0	10.8

† Un canal de viga americano se designa por la letra C seguida de la altura nominal en milímetros y la masa en kilogramos por metro.

Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero
(Unidades utilizadas en Estados Unidos)

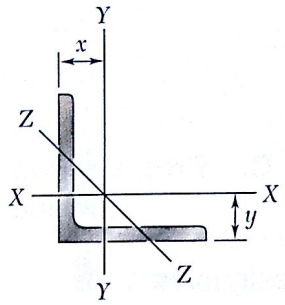
Ángulos
Piernas iguales



Tamaño y espesor, in.	Peso por pie, lb/ft	Área, in.²	Eje X-X y eje Y-Y				Eje Z-Z
			I, in.⁴	S, in.³	r, in.	x o y, in.	r, in.
L8 × 8 × 1	51.0	15.0	89.0	15.8	2.44	2.37	1.56
¾	38.9	11.4	69.7	12.2	2.47	2.28	1.58
½	26.4	7.75	48.6	8.36	2.50	2.19	1.59
L6 × 6 × 1	37.4	11.0	35.5	8.57	1.80	1.86	1.17
¾	28.7	8.44	28.2	6.66	1.83	1.78	1.17
⅝	24.2	7.11	24.2	5.66	1.84	1.73	1.18
½	19.6	5.75	19.9	4.61	1.86	1.68	1.18
⅜	14.9	4.36	15.4	3.53	1.88	1.64	1.19
L5 × 5 × ¾	23.6	6.94	15.7	4.53	1.51	1.52	0.975
⅝	20.0	5.86	13.6	3.86	1.52	1.48	0.978
½	16.2	4.75	11.3	3.16	1.54	1.43	0.983
⅜	12.3	3.61	8.74	2.42	1.56	1.39	0.990
L4 × 4 × ¾	18.5	5.44	7.67	2.81	1.19	1.27	0.778
⅝	15.7	4.61	6.66	2.40	1.20	1.23	0.779
½	12.8	3.75	5.56	1.97	1.22	1.18	0.782
⅜	9.8	2.86	4.36	1.52	1.23	1.14	0.788
¼	6.6	1.94	3.04	1.05	1.25	1.09	0.795
L3½ × 3½ × ½	11.1	3.25	3.64	1.49	1.06	1.06	0.683
⅜	8.5	2.48	2.87	1.15	1.07	1.01	0.687
¼	5.8	1.69	2.01	0.794	1.09	0.968	0.694
L3 × 3 × ½	9.4	2.75	2.22	1.07	0.898	0.932	0.584
⅜	7.2	2.11	1.76	0.833	0.913	0.888	0.587
¼	4.9	1.44	1.24	0.577	0.930	0.842	0.592
L2½ × 2½ × ½	7.7	2.25	1.23	0.724	0.739	0.806	0.487
⅜	5.9	1.73	0.984	0.566	0.753	0.762	0.487
¼	4.1	1.19	0.703	0.394	0.769	0.717	0.491
3/16	3.07	0.902	0.547	0.303	0.778	0.694	0.495
L2 × 2 × ⅜	4.7	1.36	0.479	0.351	0.594	0.636	0.389
¼	3.19	0.938	0.348	0.247	0.609	0.592	0.391
⅛	1.65	0.484	0.190	0.131	0.626	0.546	0.398

Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero
(Unidades SI)

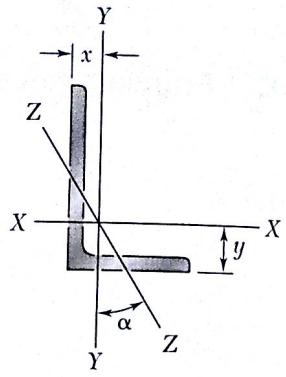
Ángulos
Piernas iguales



Tamaño y espesor, mm	Masa por metros, kg/m	Área, mm²	Eje X-X y eje Y-Y				Eje Z-Z
			I 10^6 mm⁴	*S* 10^3 mm³	*r* mm	*x* o *y* mm	*r* mm
L203 × 203 × 25.4	75.9	9 670	36.9	258	61.8	60.0	39.7
19.0	57.9	7 350	28.9	199	62.7	57.8	40.0
12.7	39.3	4 990	20.2	137	63.6	55.5	40.4
L152 × 152 × 25.4	55.7	7 080	14.6	139	45.4	47.2	29.5
19.0	42.7	5 420	11.6	108	46.3	44.9	29.7
15.9	36.0	4 580	10.0	92.5	46.7	43.9	29.9
12.7	29.2	3 700	8.22	75.2	47.1	42.7	30.0
9.5	22.2	2 800	6.34	57.4	47.6	41.5	30.2
L127 × 127 × 19.0	35.1	4 470	6.54	74.0	38.3	38.6	24.7
15.9	29.8	3 790	5.66	63.2	38.6	37.5	24.8
12.7	24.1	3 060	4.68	51.7	39.1	36.5	25.0
9.5	18.3	2 320	3.63	39.6	39.6	35.3	25.1
L102 × 102 × 19.0	27.5	3 520	3.23	46.3	30.3	32.3	19.9
15.9	23.4	2 990	2.81	39.7	30.7	31.3	19.9
12.7	19.0	2 430	2.34	32.6	31.0	30.2	19.9
9.5	14.6	1 850	1.83	25.1	31.5	29.0	20.0
6.4	9.8	1 260	1.29	17.4	32.0	28.0	20.3
L89 × 89 × 12.7	16.5	2 100	1.52	24.5	26.9	26.9	17.4
9.5	12.6	1 600	1.19	18.8	27.3	25.8	17.4
6.4	8.6	1 100	0.845	13.1	27.7	24.6	17.6
L76 × 76 × 12.7	14.0	1 770	0.915	17.5	22.7	23.6	14.8
9.5	10.7	1 350	0.725	13.6	23.2	22.5	14.9
6.4	7.3	932	0.517	9.50	23.6	21.4	15.0
L64 × 64 × 12.7	11.4	1 460	0.524	12.1	18.9	20.6	12.5
9.5	8.7	1 130	0.419	9.40	19.3	19.4	12.5
6.4	6.1	778	0.302	6.62	19.7	18.4	12.6
4.8	4.6	591	0.235	5.09	19.9	17.8	12.7
L51 × 51 × 9.5	7.0	879	0.202	5.80	15.2	16.2	9.95
6.4	4.7	612	0.147	4.09	15.5	15.1	9.94
3.2	2.4	316	0.0806	2.17	16.0	13.9	10.1

Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero
(Unidades utilizadas en Estados Unidos)

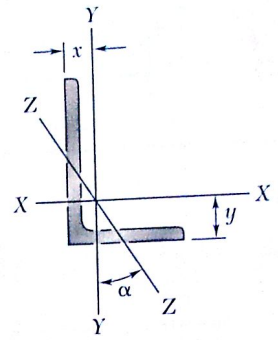
Ángulos
Piernas desiguales



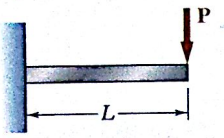
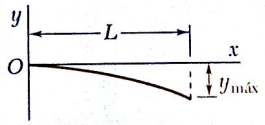
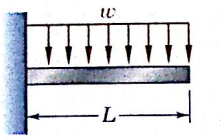
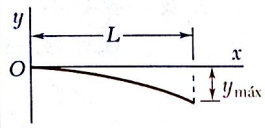
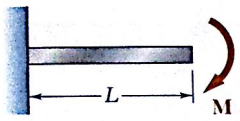
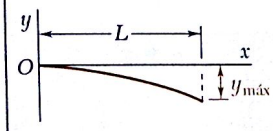
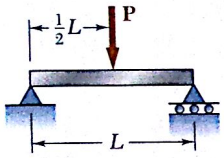
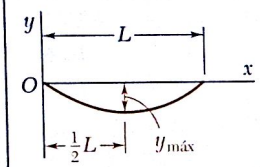
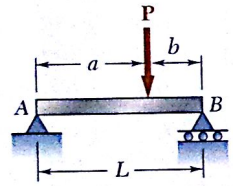
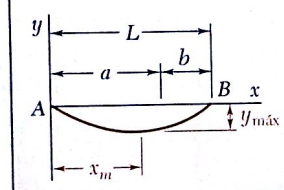
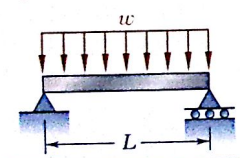
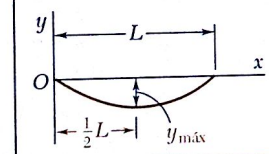
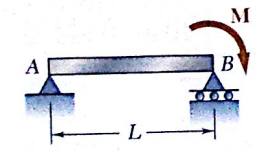
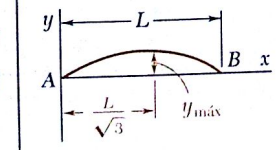
Tamaño y espesor, in.	Peso por ft, lb/ft.	Área, in.^{2}	Eje *X-X*				Eje *Y-Y*				Eje *Z-Z*	
			I_x, in.^{4}	S_x, in.^{3}	r_x, in.	y, in.	I_y, in.^{4}	S_y, in.^{3}	r_y, in.	x, in.	r_z, in.	tan α
L8 × 6 × 1	44.2	13.0	80.8	15.1	2.49	2.65	38.8	8.92	1.73	1.65	1.28	0.543
¾	33.8	9.94	63.4	11.7	2.53	2.56	30.7	6.92	1.76	1.56	1.29	0.551
½	23.0	6.75	44.3	8.02	2.56	2.47	21.7	4.79	1.79	1.47	1.30	0.558
L6 × 4 × ¾	23.6	6.94	24.5	6.25	1.88	2.08	8.68	2.97	1.12	1.08	0.860	0.428
½	16.2	4.75	17.4	4.33	1.91	1.99	6.27	2.08	1.15	0.987	0.870	0.440
⅜	12.3	3.61	13.5	3.32	1.93	1.94	4.90	1.60	1.17	0.941	0.877	0.446
L5 × 3 × ½	12.8	3.75	9.45	2.91	1.59	1.75	2.58	1.15	0.829	0.750	0.648	0.357
⅜	9.8	2.86	7.37	2.24	1.61	1.70	2.04	0.888	0.845	0.704	0.654	0.364
¼	6.6	1.94	5.11	1.53	1.62	1.66	1.44	0.614	0.861	0.657	0.663	0.371
L4 × 3 × ½	11.1	3.25	5.05	1.89	1.25	1.33	2.42	1.12	0.864	0.827	0.639	0.543
⅜	8.5	2.48	3.96	1.46	1.26	1.28	1.92	0.866	0.879	0.782	0.644	0.551
¼	5.8	1.69	2.77	1.00	1.28	1.24	1.36	0.599	0.896	0.736	0.651	0.558
L3½ × 2½ × ½	9.4	2.75	3.24	1.41	1.09	1.20	1.36	0.760	0.704	0.705	0.534	0.486
⅜	7.2	2.11	2.56	1.09	1.10	1.16	1.09	0.592	0.719	0.660	0.537	0.496
¼	4.9	1.44	1.80	0.755	1.12	1.11	0.777	0.412	0.735	0.614	0.544	0.506
L3 × 2 × ½	7.7	2.25	1.92	1.00	0.924	1.08	0.672	0.474	0.546	0.583	0.428	0.414
⅜	5.9	1.73	1.53	0.781	0.940	1.04	0.543	0.371	0.559	0.539	0.430	0.428
¼	4.1	1.19	1.09	0.542	0.957	0.993	0.392	0.260	0.574	0.493	0.435	0.440
L2½ × 2 × ⅜	5.3	1.55	0.912	0.547	0.768	0.831	0.514	0.363	0.577	0.581	0.420	0.614
¼	3.62	1.06	0.654	0.381	0.784	0.787	0.372	0.254	0.592	0.537	0.424	0.626

Apéndice C. Propiedades de perfiles laminados de acero
(Unidades SI)

Ángulo
Piernas desiguales



			Eje X-X				Eje Y-Y				Eje Z-Z	
Tamaño y espesor, mm	Masa por metro, kg/m	Área, mm^2	I_x 10^6 mm^4	S_x 10^3 mm^3	r_x mm	y mm	I_y 10^6 mm^4	S_y 10^3 mm^3	r_y mm	x mm	r_z mm	tan α
L203 × 152 × 25.4	65.5	8 370	33.5	247	63.3	67.4	16.0	145	43.7	41.9	32.4	0.541
19.0	50.1	6 380	26.2	190	64.1	65.1	12.7	113	44.6	39.6	32.7	0.551
12.7	34.1	4 350	18.4	131	65.0	62.7	8.96	78.1	45.4	37.3	33.0	0.556
L152 × 102 × 19.0	35.0	4 470	10.1	102	47.5	52.5	3.65	49.0	28.6	27.5	21.9	0.435
12.7	24.0	3 060	7.20	70.8	48.5	50.3	2.64	34.4	29.4	25.3	22.2	0.446
9.5	18.2	2 320	5.56	54.0	49.0	49.1	2.06	26.4	29.8	24.1	22.4	0.452
L127 × 76 × 12.7	19.0	2 420	3.93	47.6	40.3	44.4	1.06	18.6	20.9	19.0	16.3	0.355
9.5	14.5	1 840	3.06	36.6	40.8	43.3	0.841	14.5	21.4	17.8	16.6	0.362
6.4	9.8	1 260	2.14	25.2	41.2	42.1	0.598	10.1	21.8	16.6	16.8	0.369
L102 × 76 × 12.7	16.4	2 100	2.12	31.1	31.8	33.9	1.00	18.1	21.8	20.9	16.2	0.536
9.5	12.6	1 600	1.66	24.0	32.2	32.8	0.792	14.1	22.2	19.8	16.3	0.545
6.4	8.6	1 100	1.17	16.6	32.6	31.6	0.564	9.83	22.6	18.6	16.5	0.552
L89 × 64 × 12.7	13.9	1 780	1.36	23.3	27.6	30.6	0.581	12.7	18.1	18.1	13.7	0.491
9.5	10.7	1 360	1.07	18.0	28.0	29.5	0.463	9.83	18.5	16.9	13.8	0.503
6.4	7.3	938	0.759	12.5	28.4	28.3	0.333	6.91	18.8	15.8	13.9	0.512
L76 × 51 × 12.7	11.5	1 450	0.795	16.4	23.4	27.4	0.283	7.84	14.0	14.9	10.9	0.420
9.5	8.8	1 120	0.632	12.7	23.8	26.2	0.228	6.11	14.3	13.7	10.9	0.434
6.4	6.1	772	0.453	8.90	24.2	25.1	0.166	4.32	14.7	12.6	11.1	0.446
L64 × 51 × 9.5	7.9	1 000	0.388	9.10	19.5	21.3	0.217	5.99	14.7	14.8	10.8	0.610
6.4	5.4	695	0.280	6.39	20.1	20.2	0.158	4.24	15.1	13.7	10.8	0.621

Viga y carga	Curva elástica	Deflexión máxima	Pendiente en el extremo	Ecuación de la curva elástica
1 		$-\frac{PL^3}{3EI}$	$-\frac{PL^2}{2EI}$	$y = \frac{P}{6EI}(x^3 - 3Lx^2)$
2 		$-\frac{wL^4}{8EI}$	$-\frac{wL^3}{6EI}$	$y = -\frac{w}{24EI}(x^4 - 4Lx^3 + 6L^2x^2)$
3 		$-\frac{ML^2}{2EI}$	$-\frac{ML}{EI}$	$y = -\frac{M}{2EI}x^2$
4 		$-\frac{PL^3}{48EI}$	$\pm\frac{PL^2}{16EI}$	Para $x \le \frac{1}{2}L$: $y = \frac{P}{48EI}(4x^3 - 3L^2x)$
5 		Para $a > b$: $-\frac{Pb(L^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}EIL}$ con $x_m = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}}$	$\theta_A = -\frac{Pb(L^2 - b^2)}{6EIL}$ $\theta_B = +\frac{Pa(L^2 - a^2)}{6EIL}$	Para $x < a$: $y = \frac{Pb}{6EIL}[x^3 - (L^2 - b^2)x]$ Para $x = a$: $y = -\frac{Pa^2b^2}{3EIL}$
6 		$-\frac{5wL^4}{384EI}$	$\pm\frac{wL^3}{24EI}$	$y = -\frac{w}{24EI}(x^4 - 2Lx^3 + L^3x)$
7 		$\frac{ML^2}{9\sqrt{3}EI}$	$\theta_A = +\frac{ML}{6EI}$ $\theta_B = -\frac{ML}{3EI}$	$y = -\frac{M}{6EIL}(x^3 - L^2x)$

Respuestas a los problemas

En las siguientes páginas se encuentran las respuestas a los problemas cuyo número está en redondas. Las respuestas a los problemas con números en tipo cursivo no se incluyen en el presente listado.

CAPÍTULO 1

1.1 28.2 kips.
1.2 *a*) 12.73 ksi. *b*) −2.83 ksi.
1.3 $d_1 = 22.6$ mm; $d_2 = 15.96$ mm.
1.4 *a*) 35.7 MPa. *b*) 42.4 MPa.
1.7 *a*) 101.6 MPa. *b*) −21.7 MPa.
1.8 33.1 kN.
1.11 13.58 ksi.
1.12 0.400 in^2.
1.13 *a*) 17.86 kN. *b*) −41.4 MPa.
1.14 −4.97 MPa.
1.15 292 mm.
1.16 889 psi.
1.18 67.9 kN.
1.19 8.33 in.
1.20 63.3 mm.
1.21 *a*) 3.33 MPa. *b*) 525 mm.
1.23 *a*) 23.0 MPa. *b*) 24.1 MPa. *c*) 21.7 MPa.
1.25 *a*) 444 psi. *b*) 7.50 in. *c*) 2 400 psi.
1.26 *a*) 9.94 ksi. *b*) 6.25 ksi.
1.27 *a*) 80.8 MPa. *b*) 127.0 MPa. *c*) 203 MPa.
1.29 $\sigma = 70.0$ psi; $\tau = 40.4$ psi.
1.31 $\sigma = 489$ kPa; $\tau = 489$ kPa.
1.32 *a*) 12.60 kN. *b*) 560 kPa.
1.33 *a*) 180.0 kips. *b*) 45°. *c*) −2.5 ksi. *d*) −5.0 ksi.
1.35 833 kN.
1.36 −21.6 MPa; 7.87 MPa.
1.37 15.08 kN.
1.38 3.45.
1.40 2.35.
1.41 1.279 in.
1.43 146.8 mm.
1.44 3.40.
1.47 *a*) 3.68. *b*) 1.392 in. *c*) 3.07 in.
1.48 3.68 kips.
1.49 3.02.
1.51 3.14 kips.
1.53 1.683 kN.
1.54 2.06 kN.
1.55 3.72 kN.
1.56 3.97 kN.
1.57 *a*) 362 kg. *b*) 1.718.
1.58 *a*) 629 lb. *b*) 1.689.
1.59 *a*) 11.09 ksi. *b*) −12.00 ksi.
1.60 *a*) 14.64 ksi. *b*) −9.96 ksi.
1.61 *a*) 8.92 ksi. *b*) 22.4 ksi. *c*) 11.21 ksi.
1.63 *a*) 94.1 MPa. *b*) 44.3 MPa.
1.65 11.98 kN.
1.67 *a*) 49.9 mm. *b*) 257 mm.
1.68 $21.3° \le \theta \le 32.3°$.
1.70 $L_{mín} = \sigma_{perm} d/4\tau_{perm}$.
1.C2 *c*) 16 mm $\le d \le$ 22 mm. *d*) 18 mm $\le d \le$ 22 mm.
1.C3 *c*) 0.70 in. $\le d \le$ 1.10 in. *d*) 0.85 in. $\le d \le$ 1.25 in.
1.C4 *b*) Para $\beta = 38.66°$, $\tan\beta = 0.8$; *BD* es perpendicular a *BC*.
c) *F.S.* = 3.58 Para $\alpha = 26.6°$; **P** es perpendicular a la línea *AC*.
1.C5 *b*) *El elemento de la figura P 1.29, para* $\alpha = 60°$*:*
(1) 70.0 psi; (2) 40.4 psi; (3) 2.14; (4) 5.30; (5) 2.14.
El elemento de la figura P 1.31, para $\alpha = 45°$*:*
(1) 489 kPa; (2) 489 kPa; (3) 2.58; (4) 3.07; (5) 2.58.
1.C6 *d*) $P_{perm} = 5.79$ kN; el esfuerzo en los eslabones es crítico.

CAPÍTULO 2

2.1 73.7 GPa.
2.3 *a*) 6.91 mm. *b*) 160.0 MPa.
2.5 *a*) 17.25 MPa. *b*) 2.82 mm.
2.6 *a*) 5.32 mm. *b*) 1.750 m.
2.7 *a*) 9.09 ksi. *b*) 1.760.
2.8 *a*) 2.45 kN. *b*) 50.0 mm.
2.10 9.77 mm.
2.11 $d_{mín} = 0.1701$ in., $L_{mín} = 36.7$ in.
2.13 0.429 in.
2.14 1.988 kN.
2.15 *a*) 5.62×10^{-3} in. *b*) 8.52×10^{-3} in. ↓. *c*) 16.30 ksi.
2.16 *a*) 9.53 kips. *b*) 1.254×10^{-3} in.
2.19 *a*) 32.8 kN. *b*) 0.0728 mm ↓.
2.20 *a*) 0.01819 mm ↑. *b*) 0.0919 mm ↓.
2.21 $\delta_{AB} = -2.11$ mm, $\delta_{AD} = 2.03$ mm.
2.23 30.0 kips.
2.24 *a*) 46.3 in. *b*) 31.6 kips.
2.25 *a*) 80.4 μm ↑. *b*) 209 μm ↓. *c*) 390 μm ↓.
2.27 0.1095 mm ↓.
2.28 $x < 92.6$ mm.
2.29 *a*) $\delta = \rho g L^2/2E$. *b*) $F = \frac{1}{2}W$.
2.30 $\delta_A = Ph/\pi Eab$ ↓.

2.35 *a*) $\sigma_s = -18.01$ ksi, $\sigma_a = -6.27$ ksi. *b*) -6.21×10^{-3} in.
2.36 *a*) 23.9 kips. *b*) 14.50 kips.
2.37 $\sigma_s = 67.1$ MPa, $\sigma_c = 8.38$ MPa.
2.38 3 330 kN.
2.39 *a*) 0.0762 mm. *b*) $\sigma_{AB} = 30.5$ MPa, $\sigma_{EF} = 38.1$ MPa.
2.41 *a*) en *A*: 62.8 kN ←; en *E*: 37.2 kN ←. *b*) 46.3 μm →.
2.42 *a*) en *A*: 45.5 kN ←; en *E*: 54.5 kN ←. *b*) 48.8 μm →.
2.43 *a*) en *A*: 14.72 kips →; en *D*: 12.72 kips ←. *b*) -1.574×10^{-3} in.
2.44 *a*) en *A*: 9.03 kips →; en *D*: 7.03 kips ←. *b*) -241×10^{-6} in.
2.46 $T_A = \frac{1}{10}P$, $T_B = \frac{1}{5}P$, $T_C = \frac{3}{10}P$, $T_D = \frac{2}{5}P$.
2.47 −8.15 MPa.
2.48 −56.2 MPa.
2.50 75.4°C.
2.51 142.6 kN.
2.52 *a*) $\sigma_{AB} = -10.72$ ksi, $\sigma_{BC} = -24.1$ ksi. *b*) $\delta_B = 9.88 \times 10^{-3}$ in. ↓.
2.54 *a*) −17.91 ksi. *b*) −2.42 ksi.
2.55 *a*) 21.4°C. *b*) 3.68 MPa.
2.56 5.70 kN.
2.58 *a*) 201.6°F. *b*) 18.0107 in.
2.59 *a*) 52.3 kips. *b*) 9.91×10^{-3} in.
2.62 $E = 205$ MPa; $\upsilon = 0.455$; $G = 70.3$ MPa.
2.63 *a*) 1.324×10^{-3} in. *b*) -99.3×10^{-6} in. *c*) −12.41 in. *d*) -12.41×10^{-6} in^2.
2.64 *a*) -41.2×10^{-3} in. *b*) 2.06×10^{-3} in. *c*) 85.9×10^{-6} in.
2.65 422 kN.
2.67 *a*) 5.13×10^{-3} in. *b*) -0.570×10^{-3} in.
2.68 *a*) 7 630 lb. compresión. *b*) 4 580 lb. compresión.
2.69 *a*) 0.0754 mm. *b*) 0.1028 mm. *c*) 0.1220 mm.
2.70 *a*) −63.0 MPa. *b*) −13.50 mm^2. *c*) −540 mm^3.
2.75 0.0187 in.
2.76 $a = 0.818$ in; $b = 2.42$ in.
2.77 1.091 mm ↓.
2.78 302 kN.
2.81 *a*) 262 mm. *b*) 21.4 mm.
2.82 $G = 1.080$ MPa; $\tau = 431$ kPa.
2.83 *a*) 588×10^{-6} in. *b*) 33.2×10^{-3} in^3. *c*) 0.0294%.
2.84 *a*) $\Delta h = -0.0746$ mm; $\Delta V = -143.9$ mm^3. *b*) $\Delta h = -0.0306$ mm; $\Delta V = -521$ mm^3.
2.86 *a*) 16.55×10^{-6} in^3. *b*) 16.54×10^{-6} in^3.
2.88 3.00.
2.89 *a*) 0.0303 mm. *b*) $\sigma_x = 40.6$ MPa; $\sigma_y = \sigma_z = 5.48$ MPa.
2.90 *a*) $\sigma_x = 44.6$ MPa; $\sigma_y = 0$; $\sigma_z = 3.45$ MPa. *b*) −0.0129 mm.
2.95 0.874 in.
2.96 *a*) 0.425 in. *b*) 7.23 kips.
2.97 *a*) 12 mm. *b*) 62.1 kN.
2.98 *a*) 134.7 MPa. *b*) 135.3 MPa.
2.99 *a*) 92.3 kN, 0.791 mm. *b*) 180.0 kN, 1.714 mm.
2.100 189.6 MPa.
2.101 2.65 kips, 0.1117 in.
2.102 3.68 kips, 0.1552 in.
2.105 176.7 kN, 3.84 mm.
2.106 176.7 kN, 3.16 mm.
2.107 *a*) 0.292 mm. *b*) $\sigma_{AC} = 250$ MPa, $\sigma_{CB} = -307$ MPa. *c*) 0.027 mm.
2.108 *a*) 990 kN. *b*) $\sigma_{AC} = 250$ MPa, $\sigma_{CB} = -316$ MPa. *c*) 0.031 mm.
2.111 *a*) 112.1 kips. *b*) 82.9 ksi. *c*) 0.00906 in.
2.112 *a*) 0.0309 in. *b*) 64.0 ksi. *c*) 0.00387 in.
2.113 *a*) *AD*: 250 MPa, *BE*: 124.3 MPa. *b*) 0.622 mm ↓.
2.114 *a*) *AD*: 233 MPa, *BE*: 250 MPa. *b*) 1.322 mm ↓.
2.115 *a*) *AD*: −4.70 MPa, *BE*: 19.34 MPa. *b*) 0.0967 mm ↓.
2.116 *a*) −36.0 ksi. *b*) 15.84 ksi.
2.117 *a*) *AC*: −150.0 MPa, *CB*: −250 MPa. *b*) 0.1069 mm →.
2.118 *a*) *AC* = 56.5 MPa, *CB*: 94.1 MPa. *b*) 0.0424 mm →.
2.119 *a*) 0.1042 mm. *b*) *AC*: −65.2 MPa, *CB*: −65.2 MPa.
2.120 *a*) 0.00788 mm. *b*) *AC*: −6.06 MPa, *CB*: −6.06 MPa.
2.123 *a*) 915°F. *b*) 1759°F.
2.124 1.219 in.
2.125 4.67°C.
2.127 3.51 kips.
2.131 $\sigma_s = -9.47$ MPa, $\sigma_c = 0.391$ MPa.
2.132 105.6×10^3 lb/in.
2.133 41.7 kN.
2.135 *a*) $A\sigma_Y/\mu g$. *b*) EA/L.
2.C1 *Prob. 2.126: a*) 11.90×10^{-3} in. ↓. *b*) 5.66×10^{-3} in. ↑.
2.C3 *Prob. 2.60: a*) −116.2 MPa. *b*) 0.363 mm.
2.C5 $r = 0.25$ in.: 3.89 kips
$r = 0.75$ in.: 2.78 kips
2.C6 *a*) −0.40083. *b*) −0.10100. *c*) −0.00405

CAPÍTULO 3

3.1 87.7 MPa.
3.2 133.8 kN · m.
3.3 12.44 ksi.
3.5 *a*) 125.7 N · m. *b*) 181.4 N · m.
3.6 *a*) 70.7 MPa. *b*) 35.4 MPa. *c*) 6.25%.
3.8 7.95 kip · in.
3.9 *a*) 56.6 MPa. *b*) 36.6 MPa.
3.11 *a*) 81.2 MPa. *b*) 64.5 MPa. *c*) 23.0 MPa.
3.13 *a*) 8.35 ksi. *b*) 5.94 ksi.
3.14 *a*) 1.292 in. *b*) 1.597 in.
3.15 *a*) 1.503 in. *b*) 1.853 in.
3.16 9.16 kip · in.
3.19 *a*) 50.3 mm. *b*) 63.4 mm.
3.20 *a*) 15.18 mm. *b*) 132.5 N · m.
3.21 *a*) 2.39 in. *b*) 1.758 in.
3.23 *a*) 45.1 mm. *b*) 65.0 mm.
3.24 1.129 kN · m.
3.26 *a*) 1.442 in. *b*) 1.233 in.
3.27 *a*) 20.1 mm. *b*) 26.9 mm. *c*) 36.6 mm.
3.28 *a*) 55.0 MPa. *b*) 45.3 MPa. *c*) 47.7 MPa.
3.29 1.000, 1.025, 1.120, 1.200, 1.000.
3.30 *a*) $(T/w) = (c_1^2 + c_2^2)\tau_{perm}/2\rho g c_2$. *b*) $(T/w) = (T/w)_0(1 + c_1^2/c_2^2)$.
3.31 *a*) 2.19 kN · m. *b*) 9.11°.
3.33 9.38 ksi.

3.34 0.491 in.
3.36 *a*) 8.87°. *b*) 0.450°.
3.37 *a*) 14.43°. *b*) 46.9°.
3.38 6.02°.
3.40 3.77°.
3.41 12.22°.
3.42 13.23°.
3.44 53.8°.
3.45 36.1 mm.
3.46 22.5 mm.
3.47 1.285 in.
3.48 1.483 in.
3.49 62.9 mm.
3.50 42.1 mm.
3.53 *a*) 17.45 MPa. *b*) 27.6 MPa. *c*) 2.05°.
3.54 *a*) 688 N · m. *b*) 2.35°.
3.57 $\tau_{AB} = 9.95$ ksi, $\tau_{CD} = 1.849$ ksi.
3.58 $\tau_{AB} = 1.086$ ksi, $\tau_{CD} = 6.98$ ksi.
3.59 12.24 MPa.
3.60 0.241 in.
3.61 *a*) $\tau_{máx} = T/2\pi tr^2$ en $\rho = r_1$.
3.62 *a*) 82.5 MPa. *b*) 0.273°.
3.64 *a*) 9.51 ksi. *b*) 4.76 ksi.
3.65 *a*) 46.9 MPa. *b*) 23.5 MPa.
3.66 *a*) 20.1 mm. *b*) 15.94 mm.
3.68 *a*) 18.80 kW. *b*) 24.3 MPa.
3.69 *a*) 51.7 kW. *b*) 6.17°.
3.71 *a*) 2.92 ksi. *b*) 1.148°.
3.72 $t = 8$ mm.
3.74 30.4 Hz.
3.76 *a*) 0.799 in. *b*) 0.947 in.
3.77 *a*) 4.08 ksi. *b*) 6.79 ksi.
3.78 *a*) 16.02 Hz. *b*) 27.2 Hz.
3.79 1 917 rpm.
3.80 50.0 kW.
3.83 23.4 mm.
3.86 63.5 kW.
3.87 5.1 mm.
3.88 42.6 Hz.
3.89 *a*) 203 N · m. *b*) 165.8 N · m.
3.90 42.8 hp.
3.91 *a*) 2.61 ksi. *b*) 2.01 ksi.
3.92 *a*) 9.64 kN · m. *b*) 9.91 kN · m.
3.93 2 230 lb · in.
3.94 *a*) 19.10 ksi, 1.000 in. *b*) 20.0 ksi, 0.565 in.
3.96 13.32 mm.
3.98 *a*) 2.47°. *b*) 4.34°.
3.99 *a*) 6.72°. *b*) 18.71°.
3.100 *a*) 8.17 mm. *b*) 42.1°.
3.101 *a*) 18 ksi. *b*) 15.63°.
3.103 *a*) 1.126 ϕ_Y. *b*) 1.587 ϕ_Y. *c*) 2.15 ϕ_Y.
3.105 *a*) 977 N · m. *b*) 8.61 mm.
3.106 *a*) 11.71 kN · m, 3.44°. *b*) 14.12 kN · m, 4.81°.
3.107 *a*) 8.02°. *b*) 14.89 kN · m.
3.108 *a*) 0.997 in. *b*) 3.70 in.
3.109 *a*) 85.9 kip · in. *b*) 2.48 in.
3.112 *a*) 1.876 kN · m. *b*) 17.19°.
3.113 *a*) 1.900 kN · m. *b*) 17.19°.
3.114 5.63 ksi.
3.115 14.62°.
3.118 *a*) 33.5 MPa en $\rho = 16$ mm. *b*) 1.032°.
3.119 *b*) 0.221 $\tau_Y c^3$.
3.120 3.10° para la carga invertida, 4.04° para la carga original.
3.121 *a*) 189.2 N · m, 9.05°. *b*) 228 N · m, 7.91°.
3.122 *a*) 74.0 MPa, 9.56°. *b*) 61.5 MPa, 6.95°.
3.123 *a*) 12.48 kip · in, 0.908°. *b*) 10.13 kip · in, 0.942°.
3.124 *a*) 4.21 ksi, 0.509°. *b*) 5.19 ksi, 0.651°.
3.125 59.2 MPa.
3.126 5.07 MPa.
3.129 *a*) 29.8 mm. *b*) 30.4 mm. *c*) 27.6 mm.
3.130 *a*) 382 mm. *b*) 283 mm. *c*) 429 mm.
3.131 *a*) 4.57 kip · in. *b*) 4.31 kip · in. *c*) 5.77 kip · in.
3.132 *a*) 10.91 in. *b*) 8.07 in. *c*) 12.24 in.
3.135 *a*) 8.66 ksi. *b*) 8.51°.
3.136 *a*) 70.8 N · m. *b*) 8.77°.
3.137 *a*) 4.57 ksi. *b*) 2.96 ksi. *c*) 5.08°.
3.138 *a*) 925 N · m. *b*) 5.77°.
3.141 8.47 MPa en los puntos *a* y *b*.
3.142 4.73 MPa en el punto *a*; 9.46 MPa en el punto *b*.
3.143 7.34 kip · ft.
3.144 8.45 N · m.
3.145 1.735 in.
3.147 *a*) $T = T_0(1 - e/t)$. *b*) 10%, 50%, 90%.
3.148 *a*) 12.76 MPa. *b*) 5.40 kN · m.
3.150 *a*) $\tau_{prom}/\tau_m = \phi_2/\phi_1 = 1 + t^2/4c_m^2$. *b*) 0.25%, 1%, 4%.
3.151 *a*) El eje *AB*. *b*) 8.49 ksi.
3.153 *a*) 199.5 N · m. *b*) 10.40°.
3.156 39.3 MPa.
3.159 934 rpm.
3.160 1.221.
3.162 0.944.
3.C1 *Prob. 3.35: a*) 1.384°. *b*) 3.22°.
3.C3 *Prob. 3.155: a*) $T_A = 1105$ N · m; $T_C = 295$ N · m *b*) 45.0 MPa. *c*) 27.4 MPa.
3.C5 *a*) −3.282%. *b*) −0.853%. *c*) −0.138%. *d*) −0.00554%.
3.C6 *a*) −1.883%. *b*) −0.484%. *c*) −0.078%. *d*) −0.00313%.

CAPÍTULO 4

4.1 *a*) −6.52 ksi. *b*) 9.78 ksi.
4.3 5.28 kN · m.
4.4 4.51 kN · m.
4.5 129.6 kN · m.
4.6 34.2 kN · m.
4.7 8.82 ksi, −14.71 ksi.
4.9 73.2 MPa, −102.4 MPa.
4.11 2.17 kips.
4.12 2.89 kips.
4.13 58.8 kN.
4.15 42.9 kip · in.
4.16 106.1 N · m.
4.18 3.79 kN · m.
4.20 4.63 kip · in.
4.21 65.1 ksi.

4.22 *a*) 250 lb · in. *b*) 151.0 in.
4.23 *a*) 965 MPa. *b*) 20.5 N · m.
4.25 *a*) 75.0 MPa, 26.7 m. *b*) 125.0 MPa, 9.60 m.
4.27 0.950.
4.28 0.949.
4.29 *a*) 139.6 m. *b*) 481 m.
4.30 *a*) 1 007 in. *b*) 3 470 in. *c*) 0.01320°.
4.31 *a*) 334 ft. *b*) 0.0464°.
4.32 *a*) $(\sigma_x)_{máx}\,(y^2 - c^2)/2\rho c$. *b*) $-(\sigma_x)_{máx}\,c/2\rho$.
4.33 2.22 kN · m.
4.35 1.933 kN · m.
4.37 330 kip · in.
4.38 195.6 kip · in.
4.39 *a*) 44.5 MPa. *b*) −80.1 MPa.
4.40 *a*) 51.2 MPa. *b*) −119.5 MPa.
4.41 *a*) −1.921 ksi. *b*) 12.73 ksi.
4.43 23.6 m.
4.44 18.45 m.
4.45 692 ft.
4.47 32.4 kip · ft.
4.48 *a*) 212 MPa. *b*) −15.59 MPa.
4.49 *a*) 210 MPa. *b*) −14.08 MPa.
4.51 *a*) 29.0 ksi. *b*) −1.163 ksi.
4.53 *a*) 1 674 mm^2. *b*) 90.8 kN · m.
4.55 *a*) 29.6 MPa (aluminio), 26.7 MPa (latón), 17.78 MPa (acero). *b*) 88.6 m.
4.56 *a*) 38.7 MPa (acero), 7.74 MPa (aluminio), 3.87 MPa (latón). *b*) 203 m.
4.57 *a*) 7.70 ksi. *b*) 19.37 ksi.
4.58 *a*) 5.91 ksi. *b*) 21.2 ksi.
4.59 *a*) 6.15 MPa. *b*) −8.69 MPa.
4.61 *a*) 4.17 kip · in. *b*) 4.63 kip · in.
4.62 *a*) 10.77 ksi. *b*) 8.64 ksi.
4.64 *a*) 704 N · m. *b*) 580 N · m.
4.66 *a*) 1.25 kN · m. *b*) 1.53 kN · m.
4.67 *a*) 38.4 N · m. *b*) 52.8 N · m.
4.68 *a*) 57.6 N · m. *b*) 83.2 N · m.
4.69 *a*) 0.0258 in. *b*) 0.0793 in.
4.71 *a*) 0.521 in. *b*) 17.50 ft.
4.73 *a*) 19.44 kN · m. *b*) 28.1 kN · m.
4.74 *a*) 10.08 kN · m. *b*) 16.12 kN · m.
4.75 *a*) 322 kip · in. *b*) 434 kip · in.
4.76 *a*) 308 kip · in. *b*) 406 kip · in.
4.77 *a*) 29.2 kN · m. *b*) 1.500.
4.79 *a*) 462 kip · in. *b*) 1.435.
4.80 *a*) 420 kip · in. *b*) 1.364.
4.82 911 N · m.
4.84 48.6 kN · m.
4.85 111.0 kip · in.
4.86 211.5 kip · in.
4.87 120 MPa.
4.88 145.7 MPa.
4.89 *a*) −11.87 ksi. *b*) 18.26 ksi.
4.90 *a*) −13.36 ksi. *b*) 15.27 ksi.
4.91 *a*) 106.7 MPa. *b*) −31.15 mm, 0, 31.15 mm. *c*) 24.1 m.
4.95 *a*) 292 MPa. *b*) 7.01 mm.
4.97 *a*) 43 ksi. *b*) 10.75 kip · in.
4.99 *a*) $\sigma_A = \sigma_B = -1.875$ ksi.
b) $\sigma_A = -3.59$ ksi, $\sigma_B = 1.094$ ksi.
4.100 *a*) $\sigma_A = \sigma_B = -1.875$ ksi.
b) $\sigma_A = -2.97$ ksi, $\sigma_B = 1.719$ ksi.
4.101 *a*) $-2P/\pi r^2$. *b*) $-5P/\pi r^2$.
4.103 *a*) 112.8 MPa. *b*) −96.0 MPa.
4.105 *a*) 288 lb. *b*) 209 lb.
4.106 *a*) −79.6 MPa. *b*) −139.3 MPa. *c*) −152.3 MPa.
4.107 14.40 kN.
4.108 16.04 mm.
4.110 0.455 in.
4.113 *a*) 52.7 MPa. *b*) −67.2 MPa. *c*) 11.20 mm arriba de *D*.
4.114 *a*) 1 125 kN. *b*) 817 kN.
4.116 23.0 kips.
4.118 *a*) 40.3 kN. *b*) 56.3 mm desde la cara izquierda.
4.119 *a*) 69.6 kN. *b*) 41.9 mm desde la cara izquierda.
4.120 2.09 kips.
4.121 $P = 44.2$ kips, $Q = 57.3$ kips.
4.122 *a*) 30 mm. *b*) 94.5 kN.
4.125 *a*) 150 mm. *b*) −10 MPa.
4.126 *a*) −2.80 MPa. *b*) 0.452 MPa. *c*) 2.80 MPa.
4.127 *a*) 7.57 ksi. *b*) −2.03 ksi. *c*) −7.57 ksi.
4.129 *a*) 0.321 ksi. *b*) −0.107 ksi. *c*) 0.427 ksi.
4.131 *a*) 65.8 MPa. *b*) −164.5 MPa. *c*) −65.8 MPa.
4.132 *a*) 57.3°. *b*) 75.1 MPa.
4.134 *a*) 18.28°. *b*) 13.59 ksi.
4.135 *a*) 27.5°. *b*) $\sigma_D = 5.07$ ksi.
4.136 *a*) 32.9°. *b*) $\sigma_E = 61.4$ MPa.
4.137 −2.32 ksi.
4.138 113.0 MPa.
4.140 *a*) $\sigma_A = 41.7$ psi, $\sigma_B = 292$ psi.
b) Interseca a *AB* en 0.500 in. de *A* e interseca a *BD* 0.750 in. de *D*.
4.141 *a*) $\sigma_A = -62.5$ psi, $\sigma_B = -271$ psi.
b) No interseca a *AB*. Interseca *BD* a 0.780 in. a *B*.
4.142 *a*) $\sigma_A = 31.5$ MPa, $\sigma_B = -10.39$ MPa
b) 94.0 mm arriba del punto *A*.
4.144 36.8 mm.
4.146 29.1 kip · in.
4.148 733 N · m.
4.149 1.323 kN · m.
4.150 900 N · m.
4.151 4.70°.
4.156 *a*) −5.62 ksi. *b*) 5.27 ksi.
4.157 $\sigma_A = -5.40$ ksi, $\sigma_B = 4.12$ ksi.
4.158 $\sigma_A = -65.1$ MPa, $\sigma_B = 39.7$ MPa.
4.160 60.9 mm.
4.162 *a*) −82.4 MPa. *b*) 36.6 MPa.
4.163 655 lb.
4.166 *a*) 3.06 ksi. *b*) −2.81 ksi. *c*) 0.529 ksi.
4.167 *a*) −64.1 MPa. *b*) 65.2 MPa.
4.168 *a*) −106.1 MPa. *b*) 38.9 MPa.
4.169 *a*) −45.2 MPa. *b*) 17.40 MPa.
4.170 *a*) −43.3 MPa. *b*) 14.43 MPa.
4.171 *a*) 16.05 ksi. *b*) −9.84 ksi.
4.172 *a*) 7.07 ksi. *b*) −3.37 ksi.
4.174 *a*) 63.9 MPa. *b*) −52.6 MPa.
4.176 *a*) −6.71 ksi. *b*) 3.24 ksi.

4.177 *a*) −3.65 ksi. *b*) 3.72 ksi.
4.184 259 kip · in.
4.186 *a*) 193.3 ksi. *b*) 0.0483 lb · in.
4.187 887 N · m.
4.189 *a*) 4.87 ksi. *b*) 5.17 ksi.
4.190 *a*) 56.7 kN · m. *b*) 20.0 m.
4.192 *a*) $-P/2at$. *b*) $2\ P/at$. *c*) $-P/2at$.
4.193 *a*) 57.8 MPa. *b*) −56.8 MPa.
c) 25.9 MPa.
4.195 5.22 MPa, −12.49 MPa.
4.C1 *a* = *4 mm:* $\sigma_a = 50.6$ MPa, $\sigma_s = 107.9$ MPa;
a = *14 mm:* $\sigma_a = 89.7$ MPa, $\sigma_s = 71.8$ MPa.
a) 111.6 MPa. *b*) 6.61 mm.
4.C3 $\beta = 30°$: $\sigma_A = -7.83$ ksi, $\sigma_B = -5.27$ ksi,
$\sigma_C = 7.19$ ksi, $\sigma_D = 5.91$ ksi;
$\beta = 120°$: $\sigma_A = 1.557$ ksi, $\sigma_B = 6.01$ ksi,
$\sigma_C = -2.67$ ksi, $\sigma_D = -4.89$ ksi.
4.C4 $r_1/h = 0.529$ para 50% de aumento en $\sigma_{máx}$.
4.C5 *Prob. 4.8:* 15.40 ksi; −10.38 ksi.
4.C6 $y_Y = 0.8$ *in.:* 76.9 kip · in., 552 in.;
$y_Y = 0.2$ *in.:* 95.5 kip · in., 138.1 in.
4.C7 $a = 0.2$ *in.:* −7.27 ksi, $a = 0.8$ *in.:* −6.61 ksi.
Para $a = 0.625$ in., $\sigma = -6.51$ ksi.

CAPÍTULO 5

5.1 *a*) $|V|_{máx} = wL/2$, $|M|_{máx} = wL^2/8$.
b) $V = w(L/2 - x)$, $M = w(Lx - x^2)/2$.
5.2 *a*) y *b*) $(0 < x < a)$, $V = Pb/L$,
$M = Pbx/L$; $(a < x < L)$,
$V = -Pa/L$, $M = Pa(L - x)/L$.
5.3 *a*) y *b*) $(0 < x < a)$, $V = -P$,
$M = -Px$; $(a < x < 2a)$,
$V = -2P$, $M = -2Px + Pa$.
5.4 *a*) $|V|_{máx} = w_0L/2$, $|M|_{máx} = w_0L^2/6$.
b) $V = -w_0x^2/2L$, $M = -w_0x^3/6L$.
5.5 *A* a *B*: $V = P$, $M = Px$; *B* a *C*: $V = 0$, $M = Pa$;
C a *D*: $V = -P$, $M = P(L - x)$.
5.6 *a*) $|V|_{máx} = w(L - 2a)/2$, $|M|_{máx} = w(L^2/8 - a^2/2)$
b) *A* a *B*: $V = w(L - 2a)/2$, $M = w(L - 2a)x/2$;
B a *C*: $V = w(L/2 - x)$, $M = w[(L - 2a)x - (x - a)^2]/2$.
C a *D*: $V = -w(L - 2a)/2$, $M = w(L - 2a)(L - x)/2$.
5.7 *a*) 7.00 lb. *b*) 57.0 lb · in.
5.8 *a*) 42.0 kN. *b*) 27.0 kN · m.
5.9 *a*) 72.0 kN. *b*) 96.0 kN · m.
5.10 *a*) 30.0 kips. *b*) 90.0 kip · ft.
5.12 *a*) 3.45 kN. *b*) 1 125 N · m.
5.13 *a*) 900 N. *b*) 112.5 N · m.
5.15 1.013 ksi.
5.17 10.49 ksi.
5.18 139.0 MPa.
5.20 75.8 MPa.
5.21 $|V|_{máx} = 27.5$ kips, $|M|_{máx} = 45.0$ kip · ft,
$\sigma_{máx} = 14.14$ ksi.
5.22 $|V|_{máx} = 66.8$ kN, $|M|_{máx} = 30.7$ kN · m,
$\sigma_{máx} = 56.0$ MPa.
5.24 $|V|_{máx} = 342$ N, $|M|_{máx} = 51.6$ N · m,
$\sigma_{máx} = 17.19$ MPa.
5.25 $|V|_{máx} = 5.77$ kips, $|M|_{máx} = 25.0$ kip · ft,
$\sigma_{máx} = 10.34$ ksi.
5.27 *a*) 10.67 kN. *b*) 9.52 MPa.
5.28 *a*) 866 mm. *b*) 99.2 MPa.
5.29 *a*) 819 mm. *b*) 89.5 MPa.
5.31 *a*) 3.09 ft. *b*) 12.95 ksi.
5.32 1.021 in.
5.33 *a*) 33.3 mm. *b*) 66.6 mm.
5.50 *a*) $V = w_0(L^2 - 3x^2)/6L$, $M = w_0(Lx - x^3/L)/6$.
b) $0.0642\ w_0L^2$
5.52 *a*) $V = w_0(x - x^2/L)$, $M = w_0(x^2/2 - x^3/3L)$, $w_0L^2/6$.
b) $V = w_0(x/2 - 3x^2/4L)$,
$M = w_0(x^2/4 - x^3/4L)$, $w_0L^2/27$.
5.54 *a*) $|V|_{máx} = 16.80$ kN, $|M|_{máx} = 8.82$ kN · m.
b) 73.5 MPa.
5.55 *a*) $|V|_{máx} = 15.00$ kips, $|M|_{máx} = 37.5$ kip · ft.
b) 9.00 ksi.
5.56 *a*) $|V|_{máx} = 128.0$ kN, $|M|_{máx} = 89.6$ kN · m.
b) 156.6 MPa.
5.58 *a*) $|V|_{máx} = 30.6$ kips, $|M|_{máx} = 60.0$ kip · ft.
b) 21.6 ksi.
5.59 $|V|_{máx} = 6.50$ kN, $|M|_{máx} = 5.04$ kN · m, 30.3 MPa.
5.60 $|V|_{máx} = 48.0$ kN, $|M|_{máx} = 12.00$ kN · m, 61.9 MPa.
5.62 $P = 500$ N, $Q = 250$ N, $|V|_{máx} = 1\ 150$ N,
$|M|_{máx} = 221$ N · m.
5.64 *a*) $|V|_{máx} = 24.5$ kips, $|M|_{máx} = 36.3$ kip · ft.
b) 15.82 ksi.
5.65 $h = 173.2$ mm.
5.68 $h = 15.06$ in.
5.69 $h = 203$ mm.
5.70 $b = 48.0$ mm.
5.71 W16 × 40.
5.72 W27 × 84.
5.73 W250 × 28.4.
5.74 W530 × 66.
5.76 S20 × 66.
5.77 S510 × 98.3.
5.79 3/8 in.
5.80 $b = 11.74$ in.
5.81 C180 × 14.6.
5.82 L102 × 76 × 12.7, $t_{mín} = 12.7$ mm.
5.83 W610 × 101.
5.84 W24 × 68.
5.85 176.8 kN/m.
5.86 108.8 kN/m.
5.89 *a*) 1.485 kN/m.
b) 1.935 m.
5.90 *a*) 4.01 kN. *b*) 3.27 m.
5.92 *a*) W16 × 40.
b) W21 × 44.
c) W14 × 30.
5.94 383 mm.
5.95 336 mm.
5.96 W27 × 84.
5.97 23.2%.
5.98 *a*) $V = -w_0x + w_0\langle x - a\rangle^1$,
$M = -w_0x^2/2 + w_0\langle x - a\rangle^2/2$.
b) $-3w_0a^2/2$.

5.100 *a)* $V = -w_0x + w_0x^2/2a - w_0\langle x - a\rangle^2/2a$,
$M = -w_0x^2/2 + w_0x^3/6a - w_0\langle x - a\rangle^3/6a$.
b) $-5w_0a^2/6$.

5.101 *a)* $V = 1.25\,P - P\langle x - a\rangle^0 - P\langle x - 2a\rangle^0$,
$M = 1.25\,Px - P\langle x - a\rangle^1 - P\langle x - 2a\rangle^1$.
b) $0.750\,Pa$.

5.102 *a)* $V = -w_0x + w_0\langle x - 2a\rangle^1 + 3w_0a/2$,
$M = -w_0x^2/2 + w_0\langle x - 2a\rangle^2/2 + 3w_0ax/2$.
b) $w_0a^2/2$.

5.104 *a)* $V = -P - P\langle x - 2L/3\rangle^0$,
$M = -Px + PL/3 - P\langle x - 2L/3\rangle^1$
$- PL\langle x - 2L/3\rangle^0/3$.
b) $-4PL/3$.

5.105 *a)* $V = -P\langle x - a\rangle^0$, $M = -P\langle x - a\rangle^1 - Pa\langle x - a\rangle^0$.
b) $-Pa$.

5.106 *a)* $V = 40 - 48\langle x - 1.5\rangle^0 - 60\langle x - 3.0\rangle^0$
$+ 60\langle x - 3.6\rangle^0$ kN,
$M = 40x - 48\langle x - 1.5\rangle^1$
$- 60\langle x - 3.0\rangle^1 + 60\langle x - 3.6\rangle^1$ kN · m.
b) 60.0 kN · m.

5.107 *a)* $V = -3 + 9.75\langle x - 3\rangle^0 - 6\langle x - 7\rangle^0$
$- 6\langle x - 11\rangle^0$ kips,
$M = -3x + 9.75\langle x - 3\rangle^1$
$- 6\langle x - 7\rangle^1 - 6\langle x - 11\rangle^1$ kip · ft.
b) 21.0 kip · ft.

5.108 *a)* $V = -1.5x + 3\langle x - 0.8\rangle^0 + 3\langle x - 3.2\rangle^0$ kN,
$M = -0.75x^2 + 3\langle x - 0.8\rangle^1 + 3\langle x - 3.2\rangle^1$ kN · m.
b) 600 N · m.

5.109 *a)* $V = 13 - 3x + 3\langle x - 3\rangle^1 - 8\langle x - 7\rangle^0$
$- 3\langle x - 11\rangle^1$ kips,
$M = 13x - 1.5x^2 + 1.5\langle x - 3\rangle^2$
$- 8\langle x - 7\rangle^1 - 1.5\langle x - 11\rangle^2$ kip · ft.
b) 41.5 kip · ft.

5.110 *a)* $V = 30 - 24\langle x - 0.75\rangle^0 - 24\langle x - 1.5\rangle^0$
$- 24\langle x - 2.25\rangle^0 + 66\langle x - 3\rangle^0$ kN,
$M = 30x - 24\langle x - 0.75\rangle^1 - 24\langle x - 1.5\rangle^1$
$- 24\langle x - 2.25\rangle^1 + 66\langle x - 3\rangle^1$ kN · m
b) 87.7 MPa.

5.114 *a)* 80.0 kip · ft en el punto *C*. *b)* W14 × 30.

5.115 *a)* 121.5 kip · ft en 6.00 ft de *A*. *b)* W16 × 40.

5.116 *a)* 0.872 kN · m en 2.09 m de *A*. *b)* $h = 130$ mm.

5.118 $|V|_{máx} = 35.6$ kN, $|M|_{máx} = 25.0$ kN · m.

5.119 $|V|_{máx} = 89.0$ kN, $|M|_{máx} = 178.0$ kN · m.

5.121 $|V|_{máx} = 10.75$ kips, $|M|_{máx} = 52.5$ kip · ft.

5.122 *a)* $|V|_{máx} = 13.80$ kN, $|M|_{máx} = 16.16$ kN · m.
b) 83.3 MPa.

5.123 *a)* $|V|_{máx} = 40.0$ kN, $|M|_{máx} = 30.0$ kN · m.
b) 40.0 MPa.

5.124 *a)* $|V|_{máx} = 3.84$ kips, $|M|_{máx} = 3.80$ kip · ft.
b) 0.951 ksi.

5.126 *a)* $h = h_0[x(L - x)/L^2]^{1/2}$.
b) 4.44 kip/in.

5.127 *a)* $h = h_0(x/L)^{1/2}$. *b)* 20.0 kips.

5.128 *a)* $h = h_0(2x/L)^{1/2}$ Para $0 < x < L/2$.
b) 60.0 kN.

5.131 *a)* $h = h_0(x/L)^{3/2}$. *b)* 167.7 mm.

5.132 $l_1 = 6.00$ ft, $l_2 = 4.00$ ft.

5.134 $l = 1.800$ m.

5.135 $l = 1.900$ m.

5.137 $d = d_0[4x(L - x)/L^2]^{1/2}$

5.138 *a)* $b = b_0(1 - x/L)$.
b) 20.8 mm.

5.140 *a)* 155.2 MPa. *b)* 142.4 MPa.

5.142 *a)* 7.35 ft. *b)* 11.55 in.

5.143 193.8 kN.

5.144 *a)* 152.6 MPa. *b)* 133.6 MPa.

5.145 *a)* 4.49 m. *b)* 211 mm.

5.146 *a)* 24.0 ksi. *b)* 29.3 ksi.

5.148 *a)* $x_m = 15.00$ in. *b)* 320 lb/in.

5.149 *a)* $x_m = 30.0$ in. *b)* 12.8 kips.

5.151 *a)* $x_m = 0.240$ m. *b)* 150.0 kN/m.

5.152 *a)* 85.0 N. *b)* 21.3 N · m.

5.154 *a)* 600 N. *b)* 180 N · m.

5.155 $|V|_{máx} = 8.00$ kips, $|M|_{máx} = 16.00$ kip · ft, 6.98 ksi.

5.158 $d = 216$ mm.

5.160 7.32 kN.

5.161 *a)* $V = 40 - 20\langle x - 2\rangle^0 - 20\langle x - 4\rangle^0 - 20\langle x - 6\rangle^0$ kips,
$M = 40x - 20\langle x - 2\rangle^1 - 20\langle x - 4\rangle^1$
$- 20\langle x - 6\rangle^1$ kip · ft.
b) 120.0 kip · ft.

5.163 *a)* $b = b_0(1 - x/L)^2$. *b)* 160.0 lb/in.

5.C1 *Prob. 5.18:* en $x = 2$ m: $V = 0$,
$M = 104.0$ kN · m, $\sigma = 139.0$ MPa.

5.C4 *Para x = 13.5 ft:* $M_1 = 131.25$ kip · ft;
$M_2 = 156.25$ kip · ft; $M_C = 150.0$ kip · ft.

5.C5 *Prob. 5.72:* $V_A = 48$ kips, $M_B = 320.6$ kip · ft.

5.C6 *Prob. 5.112:* $V_A = 29.5$ kN, $M_{máx} = 28.3$ kN · m,
en 1.938 m de *A*.

CAPÍTULO 6

6.1 *a)* 1.387 kN. *b)* 380 kPa.

6.2 *a)* 155.8 N. *b)* 329 kPa.

6.3 326 lb.

6.5 11.54 kips.

6.7 193.5 kN.

6.8 217 kN.

6.9 *a)* 8.97 MPa. *b)* 8.15 MPa.

6.11 *a)* 13.32 ksi. *b)* 12.07 ksi.

6.12 *a)* 3.17 ksi. *b)* 2.40 ksi.

6.13 177.9 kN.

6.15 300 kips.

6.16 178.7 kN.

6.18 14.05 in.

6.19 *a)* 320 mm. *b)* 97.7 mm.

6.21 *a)* 31.0 MPa. *b)* 23.2 MPa.

6.22 *a)* 1.745 ksi. *b)* 2.82 ksi.

6.23 32.7 MPa.

6.24 3.21 ksi.

6.25 1.500.

6.27 1.333.

6.29 1.672 in.

6.31 189.6 lb.

6.32 *a)* 239 N. *b)* 549 N.

6.34 *a)* 146.1 kN/m. *b)* 19.99 MPa.

6.35 *a)* 5.51 ksi. *b)* 5.51 ksi.

6.37 $\tau_a = 1.167$ ksi, $\tau_b = 0.513$ ksi, $\tau_c = 4.03$ ksi, $\tau_d = 8.40$ ksi.

6.39 $\tau_a = 33.7$ MPa, $\tau_b = 75.0$ MPa, $\tau_c = 43.5$ MPa.

6.40 $\tau_a = 75.0$ MPa, $\tau_b = 58.0$ MPa, $\tau_c = 15.13$ MPa.
6.41 *a*) 4.55 MPa. *b*) 3.93 MPa.
6.42 *a*) 41.3 mm. *b*) 3.98 MPa.
6.43 20.6 MPa.
6.44 20.1 ksi.
6.45 83.3 MPa.
6.46 53.9 kips.
6.48 *a*) 50.9 MPa. *b*) 62.4 MPa.
6.49 $q_{\text{soldadura}} = 266$ kN/m, $q_m = 848$ kN/m.
6.51 *a*) 2.08. *b*) 2.10.
6.52 *a*) 2.25. *b*) 2.12.
6.53 *a*) $V\text{sen}\theta/\pi r_m t$.
6.54 0.774 in.
6.57 *a*) 0.888 ksi. *b*) 1.453 ksi.
6.59 *a*) 2.59 ksi. *b*) 967 psi.
6.61 $3(b^2 - a^2)/[6(a + b) + h]$.
6.62 1.250 *a*.
6.63 0.345 *a*.
6.64 0.714 *a*.
6.67 *a*) 29.4 mm. *b*) 104.1 MPa (máximo).
6.68 *a*) 19.06 mm. *b*) 59.0 MPa (máximo).
6.69 0.433 in.
6.70 20.2 mm.
6.71 0.482 in.
6.72 6.14 mm.
6.75 2.37 in.
6.76 2.21 in.
6.77 0, 40.0 mm.
6.78 75.0 mm.
6.81 *a*) $V = 500$ lb, $M_0 = 398$ lb · in. *b*) 2 980 psi.
6.82 *a*) $V = 500$ lb, $M_0 = 398$ lb · in. *b*) 6 090 psi.
6.85 $\tau_m = P/at$.
6.86 $\tau_m = 1.333\ P/at$.
6.87 *a*) 144.6 N · m. *b*) 65.9 MPa.
6.88 *a*) 144.6 N · m. *b*) 106.6 MPa.
6.89 92.6 lb.
6.91 *a*) 17.63 MPa. *b*) 13.01 MPa.
6.92 *a*) 1.313 ksi. *b*) 2.25 ksi.
6.94 *a*) 379 kPa. *b*) 0.
6.96 0.371 in.
6.97 *a*) 23.2 MPa. *b*) 35.2 MPa.
6.98 *a*) 10.22 mm. *b*) 81.1 MPa (máximo)
6.100 1.265 in.
6.C1 *a*) $h = 173.2$ mm. *b*) $h = 379$ mm.
6.C2 *a*) $L = 37.5$ in.; $b = 1.250$ in.
b) $L = 70.3$ in.; $b = 1.172$ in.
c) $L = 59.8$ in.; $b = 1.396$ in.
6.C3 *Prob. 6.10: a*) 920 kPa. *b*) 765 kPa.
6.C4 *a*) $\tau_{\text{máx}} = 2.03$ ksi; $\tau_B = 1.800$ ksi. *b*) 194 psi.
6.C5 *Prob. 6.66: a*) 2.67 in. *b*) $\tau_B = 0.917$ ksi; $\tau_D = 3.36$ ksi; $\tau_{\text{máx}} = 4.28$ ksi.

CAPÍTULO 7

7.1 $\sigma = -49.2$ MPa, $\tau = 2.41$ MPa.
7.2 $\sigma = 5.49$ ksi, $\tau = 11.83$ ksi.
7.3 $\sigma = 14.19$ MPa, $\tau = 15.19$ MPa.
7.4 $\sigma = -0.078$ ksi, $\tau = 8.46$ ksi.
7.5 *a*) −37.0°, 53.0°. *b*) −13.60 MPa, −86.4 MPa.
7.8 *a*) 18.4°, 108.4°. *b*) 33.0 MPa, 3.00 MPa.
7.9 *a*) 8.0°, 98.0°. *b*) 36.4 MPa, −50.0 MPa.
7.10 *a*) 14.0°, 104.0°. *b*) 17.00 ksi, −4.00°.
7.11 *a*) −31.0°, 59.0°. *b*) 8.50 ksi, 1.500 ksi.
7.12 *a*) −26.6°, 63.4°. *b*) 15.00 MPa, 18.00 MPa.
7.14 *a*) 9.02 ksi; −13.02 ksi; 3.80 ksi.
b) 5.34 ksi; −9.34 ksi; −9.06 ksi.
7.16 *a*) −2.40 ksi; 10.40 ksi; 0.15 ksi.
b) 1.95 ksi; 6.05 ksi; 6.07 ksi.
7.17 *a*) 520 psi. *b*) −300 psi.
7.18 *a*) −0.250 MPa. *b*) −2.43 MPa.
7.20 $\sigma = -4.76$ ksi, $\tau = -0.467$ ksi.
7.22 16.58 kN.
7.23 73.9 MPa, −9.53 MPa; 41.7 MPa.
7.24 6.45 MPa, −140.0 MPa; 73.3 MPa.
7.25 *a*) 17.4°, 107.4°; −20.8 ksi, 2.04 ksi.
b) 11.43 ksi.
7.26 *a*) −17.0°, 73.0°; 205 psi, 2 190 psi.
b) 1 196 psi.
7.27 205 MPa.
7.29 *a*) −2.89 MPa. *b*) 12.77 MPa, 1.226 MPa.
7.55 24.6°, 114.6°; 145.8 MPa, 54.2 MPa.
7.56 33.7°, 123.7°; 24.0 ksi, −2.00 ksi.
7.57 0, 90.0°; σ_0, $-\sigma_0$.
7.58 0, 90.0°; 1.732 σ_0, −1.732 σ_0.
7.61 $-5.2° \le \theta \le 132.0°$.
7.62 $16.5° \le \theta \le 110.1°$.
7.63 *a*) 33.7°, 123.7°. *b*) 18.00 ksi. *c*) 6.50 ksi.
7.65 *b*) $|\tau_{xy}| = \sqrt{\sigma_x \sigma_y - \sigma_{\text{máx}}\sigma_{\text{mín}}}$.
7.66 *a*) 8.60 ksi. *b*) 10.80 ksi.
7.68 *a*) 94.3 MPa. *b*) 105.3 ksi.
7.69 *a*) 100.0 MPa. *b*) 110.0 MPa.
7.70 *a*) 39.0 MPa. *b*) 54.0 MPa. *c*) 42.0 MPa.
7.71 *a*) 39.0 MPa. *b*) 45.0 MPa. *c*) 39.0 MPa.
7.72 *a*) 18.50 ksi. *b*) 13.00 ksi. *c*) 11.00 ksi.
7.74 *a*) 40.0 MPa. *b*) 72.0 MPa.
7.75 *a*) 8.00 ksi. *b*) 4.50 ksi.
7.76 1.000 ksi; 7.80 ksi.
7.78 −60.0 MPa a 60.0 MPa.
7.80 *a*) 45.7 MPa. *b*) 92.9 MPa.
7.81 *a*) 1.228. *b*) 1.098. *c*) fluencia.
7.82 *a*) 1.083. *b*) fluencia. *c*) fluencia.
7.83 *a*) 1.279. *b*) 1.091. *c*) fluencia.
7.84 *a*) 1.149. *b*) fluencia. *c*) fluencia.
7.85 52.9 kips.
7.86 63.0 kips.
7.89 ruptura.
7.90 sin ruptura.
7.91 ruptura.
7.92 ruptura.
7.94 $\tau_0 = \pm 49.1$ MPa.
7.95 $\tau_0 = \pm 50.0$ MPa.
7.96 196.9 N · m.
7.98 2.94 MPa.
7.100 5.12 ksi.
7.101 *a*) 1.290 MPa. *b*) 0.853 mm.
7.102 *a*) 12.38 ksi. *b*) 0.0545 in.
7.104 43.3 ft.
7.105 16.62 ksi, 8.31 ksi.

7.108 103.5 MPa, 51.8 MPa.
7.109 1.676 MPa.
7.110 89.0 MPa, 44.5 MPa.
7.111 12.55 mm.
7.112 5 650 psi, 1 970 psi.
7.113 56.8°.
7.116 *a*) 419 kPa. *b*) 558 kPa.
7.117 *a*) 33.2 MPa. *b*) 9.55 MPa.
7.118 2.17 MPa.
7.119 −27.0° a 27.0° y 63.0° a 117.0°.
7.122 *a*) 3.15 ksi. *b*) 1.993 ksi.
7.123 *a*) 1.486 ksi. *b*) 3.16 ksi.
7.124 77.4 MPa, 38.7 MPa.
7.125 73.1 MPa, 51.9 MPa.
7.126 *a*) 5.64 ksi. *b*) 282 psi.
7.127 *a*) 2.28 ksi. *b*) 228 psi.
7.128 93.6 μ, −13.58 μ; 641 μ.
7.129 115.0 μ, 285 μ; −5.72 μ.
7.131 36.7 μ, 283 μ; 227 μ.
7.132 93.6 μ, −13.6 μ; 641 μ.
7.133 115.0 μ, 285 μ; −5.7 μ.
7.135 36.7 μ, 283 μ; 227 μ.
7.136 *a*) 64.4°, −26.6°; 750 μ, −150.0 μ, −300 μ. *b*) 900 μ. *c*) 1 050 μ.
7.138 *a*) −30.1°, 59.9°; −298 μ, −702 μ, 500 μ. *b*) 500 μ. *c*) 1 202 μ.
7.139 *a*) −33.7°, 56.3°; 100 μ, −420 μ, 160 μ. *b*) 520 μ. *c*) 580 μ.
7.140 *a*) 31.0°, 121.0°; 513 μ, 87.5 μ, 0. *b*) 425 μ. *c*) 513 μ.
7.142 *a*) 97.8°, 7.8°; 243 μ, 56.6 μ, 0. *b*) 186.8 μ. *c*) 243 μ.
7.143 *a*) 11.3°, 101.3°; 310 μ, 50 μ, 0. *b*) 260 μ. *c*) 310 μ.
7.146 *a*) -300×10^{-6} in./in. *b*) 435×10^{-6} in./in., -315×10^{-6} in./in.; 750×10^{-6} in./in.
7.147 *a*) 30.0°, 120.0°; 560×10^{-6} in./in., -140.0×10^{-6} in./in. *b*) 700×10^{-6} in./in.
7.150 69.6 kips, 30.3 kips.
7.151 34.8 kips, 38.4 kips.
7.154 1.421 MPa.
7.155 1.761 MPa.
7.156 *a*) −22.5°, 67.5°; 426 μ, −952 μ, −224 μ. *b*) Igual que en el inciso *a*.
7.157 *a*) 57.9°, −32.1°; −29.8 MPa, −70.9 MPa. *b*) Igual que en el inciso *a*.
7.158 *a*) −0.300 MPa. *b*) −2.92 MPa.
7.160 35.4 MPa, −35.4 MPa; 35.4 MPa.
7.161 12.18 MPa, −48.7 MPa; 30.5 MPa.
7.162 $\sigma_0(1 + \cos\theta)$, $\sigma_0(1 - \cos\theta)$
7.164 ±60.0 ksi.
7.166 *a*) 4.97 ksi. *b*) 2.49 ksi.
7.168 392 psi (tensión), 3 130 psi (compresión).
7.169 415×10^{-6} in./in.
7.C1 *Prob. 7.13: a*) 24.0 MPa., −104.0 MPa., −1.50 MPa. *b*) −19.51 MPa, −60.5 MPa, −60.7 MPa.
Prob. 7.15: a) −56.2 MPa., 86.2 MPa., −38.2 MPa. *b*) −45.2 MPa, 75.2 MPa, 53.8 MPa.
7.C3 *Prob. 7.165: a*) 1.286. *b*) 1.018. *c*) fluencia.
7.C4 *Prob. 7.93:* Ocurre ruptura en $\tau_0 = 3.67$ ksi.
7.C7 *Prob. 7.141:* $\theta_p = 37.9°$; $\epsilon_a = -57.5\mu$; $\epsilon_b = -383\mu$; $\epsilon_c = 0$.
$\gamma_{máx} = 325$ micro radianes (en el plano);
$\gamma_{máx} = 383$ micro radianes
7.C8 *Prob. 7.144:* $\epsilon_x = 253\mu$; $\epsilon_y = 307$; $\gamma_{xy} = -893$. $\epsilon_a = 727\mu$; $\epsilon_b = -167.2$; $\gamma_{máx} = -894$.
Prob. 7.145: $\epsilon_x = 725\mu$; $\epsilon_y = -75.0$; $\gamma_{xy} = 173.2$. $\epsilon_a = 734\mu$; $\epsilon_b = -84.3$; $\gamma_{máx} = 819$.

CAPÍTULO 8

8.1 *a*) 10.69 ksi. *b*) 19.17 ksi. *c*) no es aceptable.
8.2 *a*) 10.69 ksi. *b*) 13.08 ksi. *c*) aceptable.
8.3 *a*) 96.2 MPa. *b*) 95.4 ksi. *c*) aceptable.
8.4 *a*) 93.4 MPa. *b*) 96.6 MPa. *c*) aceptable.
8.7 *a*) W690 × 125. *b*) 128.2 MPa; 47.3 MPa; 124.0 MPa.
8.8 *a*) W360 × 32.9. *b*) 146.1 MPa; 27.6 MPa; 118.4 MPa.
8.9 *a*) 134.3 MPa. *b*) 129.5 MPa.
8.10 *a*) 155.8 MPa. *b*) 143.8 MPa.
8.12 *a*) 18.97 ksi. *b*) 19.92 ksi.
8.14 *a*) 22.3 ksi. *b*) 20.6 ksi a la mitad del claro, 16.38 ksi en *C* y *D*.
8.15 21.7 mm para *BC*, 33.4 mm para *CD*.
8.16 44.4 MPa en *BC*, 48.0 MPa en *CD*.
8.19 1.578 in.
8.20 1.698 in.
8.25 46.5 mm.
8.26 45.9 mm.
8.27 37.0 mm.
8.28 43.9 mm.
8.29 1.822 in.
8.30 1.792 in.
8.31 2.08 MPa y 0 en *a*; −2.72 MPa y 0 en *b*; −3.20 MPa y 0.500 MPa en *c*.
8.32 *a*) 11.06 ksi, 0. *b*) −0.537 ksi, 1.610 ksi. *c*) −12.13 ksi, 0.
8.33 *a*) −12.34 ksi, 0. *b*) −1.073 ksi, 0.805 ksi. *c*) 10.20 ksi, 0.
8.35 *a*) −37.9 MPa, 14.06 MPa. *b*) −131.6 MPa, 0.
8.37 −21.3 ksi, 6.23 ksi.
8.38 *a*) 79.6 MPa, 7.96 MPa. *b*) 0, 13.26 MPa.
8.40 *a*) 20.4 MPa, 14.34 MPa. *b*) −21.5 MPa, 19.98 MPa.
8.41 *a*) 30.0 MPa, −30.0 MPa, 30.0 MPa. *b*) 7.02 MPa, −96.0 MPa, 51.5 MPa.
8.42 *a*) 3.79 ksi, −8.50 ksi. *b*) 6.15 ksi.
8.44 55.0 MPa, −55.0 MPa, 55.0 MPa.
8.46 *a*) 3.47 ksi, 1.042 ksi. *b*) 7.81 ksi, 0.781 ksi. *c*) 12.15 ksi, 0.
8.47 *a*) 18.39 MPa, 0.391 MPa. *b*) 21.3 MPa, 0.293 MPa. *c*) 24.1 MPa, 0.
8.48 *a*) −7.98 MPa, 0.391 MPa. *b*) −5.11 MPa, 0.293 MPa. *c*) −2.25 MPa, 0.
8.49 25.2 MPa, −0.87 MPa, 13.06 MPa.
8.50 34.6 MPa, −10.18 MPa; 22.4 MPa.
8.52 1.798 ksi, −0.006 ksi; 0.902 ksi.
8.53 86.5 MPa y 0 en *a*; 57.0 MPa y 9.47 MPa en *b*.

8.55 3.68 ksi, −0.015 ksi; 1.845 ksi.
8.56 0.252 ksi, −6.59 ksi; 3.42 ksi.
8.57 29.8 MPa, −0.09 MPa; 14.92 MPa.
8.60 *a*) 51.4 kN. *b*) 39.7 kN.
8.62 *a*) 12.90 ksi, −0.32 ksi; 6.61 ksi.
b) 6.43 ksi, −6.43 ksi; 6.43 ksi.
8.64 0.48 ksi, −44.7 ksi; 22.6 ksi.
8.65 *a*) W18 × 35.
b) 21.9 ksi; 3.06 ksi; 21.0 ksi en C, 19.81 ksi en B.
8.67 41.3 mm.
8.69 −3.96 ksi, 0.938 ksi.
8.71 $P(2R + 4r/3)/\pi r^3$.
8.72 65.5 MPa, −21.8 MPa; 43.8 MPa.
8.74 30.1 MPa, −0.62 MPa. 15.37 MPa.
8.75 −16.41 ksi y 0 en a; −15.63 ksi y 0.047 ksi en b; −7.10 ksi y 1.256 ksi en c.
8.76 *a*) 7.50 MPa. *b*) 11.25 MPa. *c*) 56.3°, 13.52 MPa.
8.C5 *Prob. 8.45:* $\sigma = 6.00$ ksi; $\tau = 0.781$ ksi.

CAPÍTULO 9

9.1 *a*) $y = M_0x^2/2\ EI$. *b*) $M_0L^2/2\ EI \uparrow$. *c*) $M_0L/EI \measuredangle$.
9.2 *a*) $y = -Px^2(3L - x)/6\ EI$. *b*) $PL^3/3\ EI \downarrow$.
c) $PL^2/2\ EI \curvearrowleft$.
9.3 *a*) $y = -w(x^4 - 4L^3x + 3L^4)/24\ EI$. *b*) $wL^4/8\ EI \downarrow$.
c) $wL^3/6\ EI \measuredangle$.
9.4 *a*) $y = -w_0(2x^5 - 5Lx^4 + 10L^4x - 7L^5)/120\ EIL$.
b) $7w_0L^4/120\ EI \uparrow$. *c*) $w_0L^3/12\ EI \curvearrowleft$.
9.6 *a*) $-w(x^4 - 4Lx^3 + 4L^2/x^2)/24\ EI$. *b*) $wL^4/24\ EI \downarrow$. *c*) 0.
9.7 *a*) $y = w(12Lx^3 - 5x^4 - 6L^2x^2 - L^3x)/120\ EI$.
b) $13wL^4/1920\ EI \downarrow$. *c*) $wL^3/120\ EI \curvearrowleft$.
9.9 *a*) 6.55×10^{-3} rad $\curvearrowleft$. *b*) 0.226 in. $\downarrow$.
9.10 *a*) 2.77×10^{-3} rad $\curvearrowleft$. *b*) 1.156 mm $\downarrow$.
9.11 *a*) $0.00652\ wL^4/EI \downarrow$ en $x = 0.519\ L$. *b*) 7.61 mm $\downarrow$.
9.12 *a*) $0.01604\ M_0L^2/EI$ en $x = 0.211\ L$. *b*) 21.5 ft.
9.13 0.398 in. $\downarrow$.
9.16 *a*) $y = P(3ax^2 - 3aLx + a^3)/6\ EI$. *b*) 1.976 mm $\downarrow$.
9.17 *a*) $y = -w_0(5L^2x^4 - 4Lx^5 + x^6 - 5L^4x^2)/24\ EIL^2$.
b) $w_0L^4/40\ EI \downarrow$.
9.18 *a*) $y = w_0(x^6 - 15L^2x^4 + 25L^3x^3 - 11L^5x)/360\ EIL^2$.
b) $11w_0L^3/360\ EI \curvearrowleft$. *c*) $0.00916\ w_0L^4/EI \downarrow$.
9.19 $3wL/8 \uparrow$.
9.20 $3M_0/2L \uparrow$.
9.23 14.44 kN $\uparrow$.
9.24 3.03 kips $\uparrow$.
9.25 $R_B = 5P/16 \uparrow$; $M_A = -3PL/16$, $M_c = 5PL/32$, $M_B = 0$.
9.26 $R_A = 41wL/128 \uparrow$; $M_A = 0$, $M_m = 0.0513wL^2$, $M_c = 0.0351wL^2$, $M_B = -7wL^2/128$.
9.27 $R_A = 21w_0L/160 \uparrow$; 0 en A, $0.0317w_0L^2$ (pos. máx.), $0.0240w_0L^2$ en C, $-0.0354w_0L^2$ en B.
9.28 $R_B = 9M_0/8L$; $M_0/8$ en A, $-7M_0/16$ justo a la izquierda de C, $9M_0/16$ justo a la derecha de C, 0 en B.
9.29 $7wL/128 \uparrow$, $13wL^4/6144\ EI \downarrow$.
9.32 $5M_0/6L \downarrow$, $7M_0L^2/486\ EI \uparrow$.
9.33 $R_A = P/2 \uparrow$, $M_A = PL/8 \curvearrowleft$; $-PL/8$ en A y C, $PL/8$ en B.
9.34 $R_A = wL/2 \uparrow$, $M_A = wL^2/12 \curvearrowleft$; $M = w(6xL - 6x^2 - L^2)/12$.
9.35 *a*) $y = P[bx^3 - L\langle x - a\rangle^3 - b(L^2 - b^2)x]/6\ EIL$.
b) $Pb(L^2 - b^2)/6\ EIL \curvearrowleft$. *c*) $Pa^2b^2/3\ EIL \downarrow$.

9.36 *a*) $y = M_0[x^3 - 3L\langle x - a\rangle^2 + (3b^2 - L^2)x]/6\ EIL$.
b) $M_0(3b^2 - L^2)/6\ EIL \curvearrowleft$. *c*) $M_0abb - a)/3\ EIL \uparrow$.
9.37 *a*) $5Pa^3/2\ EI \downarrow$. *b*) $49\ Pa^3/6\ EI \downarrow$. *c*) $15\ Pa^3/EI \downarrow$.
9.39 *a*) $Pa^2/12\ EI \measuredangle$. *b*) $Pa^3/12\ EI \uparrow$. *c*) $3\ Pa^3/4\ EI \downarrow$.
9.41 *a*) $y = w_0[-5L^3x^2/48 + L^2x^3/24 - \langle x - L/2\rangle^5/60]/EIL$.
b) $w_0L^4/48\ EI \downarrow$. *c*) $121w_0L^4/1\ 920\ EI \downarrow$.
9.42 *a*) $y = w[Lx^3/27 - \langle x - L/3\rangle^4/24 - 7L^3x/243]/EI$.
b) $7wL^3/243\ EI \curvearrowleft$. *c*) $2wL^4/243\ EI \downarrow$.
9.44 *a*) $w[ax^3/6 - x^4/24 + \langle x - a\rangle^4/24 - \langle x - 3a\rangle^4/24 - 5a^3x/6]/EI$. *b*) $23wa^4/24\ EI \downarrow$.
9.45 *a*) 14.00×10^{-3} rad $\curvearrowleft$. *b*) 0.340 in. $\downarrow$.
9.47 *a*) 0.873×10^{-3} rad $\curvearrowleft$. *b*) 1.641 mm $\downarrow$.
9.48 *a*) 5.46×10^{-3} rad $\curvearrowleft$. *b*) 3.09 mm $\downarrow$.
9.49 *a*) $5P/16 \uparrow$. *b*) $7PL^3/168\ EI \downarrow$.
9.50 *a*) $9M_0/8L \uparrow$. *b*) $M_0L^2/128\ EI \downarrow$.
9.51 *a*) $2P/3 \uparrow$. *b*) $5PL^3/486\ EI \downarrow$.
9.53 *a*) 11.54 kN $\uparrow$. *b*) 4.18 mm $\downarrow$.
9.54 *a*) 33.3 kN $\uparrow$. *b*) 3.19 mm $\downarrow$.
9.56 *a*) 7.38 kips $\uparrow$. *b*) 0.0526 in. $\downarrow$.
9.57 *a*) $3wL/32 \uparrow$, $5wL^2/192 \curvearrowleft$. *b*) $wL^4/768\ EI \downarrow$.
9.58 *a*) $20P/27 \uparrow$, $4PL/27 \curvearrowleft$. *b*) $5PL^3/1296\ EI \downarrow$.
9.59 *a*) 0.341 in. $\downarrow$ a 3.34 ft del extremo izquierdo.
9.60 0.1520 in. $\downarrow$ a 26.4 in. del extremo izquierdo.
9.61 1.648 mm $\downarrow$ a 2.86 m del extremo izquierdo.
9.62 3.10 mm $\downarrow$ a 0.942 m del extremo izquierdo.
9.65 *a*) $5PL^3/162\ EI \downarrow$. *b*) $PL^2/9\ EI \curvearrowleft$.
9.66 *a*) $Pa^3(L - a)/6\ EIL \uparrow$.
b) $Pa^2(3L - a)/6\ EIL \measuredangle$.
9.67 *a*) $M_0L^2/8\ EI \uparrow$. *b*) $M_0L/2\ EI \measuredangle$.
9.68 *a*) $wL^4/384\ EI \downarrow$. *b*) 0.
9.71 $13wa^3/6\ EI \curvearrowleft$; $29wa^4/24\ EI \downarrow$.
9.72 $wL^3/48\ EI \curvearrowleft$; $wL^4/384\ EI \downarrow$.
9.73 6.30×10^{-3} rad $\curvearrowleft$; 5.53 mm $\downarrow$.
9.75 12.55×10^{-3} rad $\curvearrowleft$; 0.364 in. $\downarrow$.
9.76 12.08×10^{-3} rad $\curvearrowleft$; 0.240 in. $\downarrow$.
9.77 *a*) 0.601×10^{-3} rad $\curvearrowleft$. *b*) 3.67 mm $\downarrow$.
9.79 *a*) $R_A = 3M_0(L^2 - a^2)/2L^3 \uparrow$; $M_A = 0$.
b) $R_B = 3M_0(L^2 - a^2)/2L^3 \downarrow$; $M_B = M_0(L^2 - 3a^2)/2L^2 \curvearrowleft$.
9.80 *a*) $R_A = 7wL/128 \uparrow$, $M_A = 0$.
b) $R_B = 57wL/128 \uparrow$; $M_B = 9wL^2/128 \downarrow$.
9.81 $R_A = 3P/8 \uparrow$, $R_C = 7P/8 \uparrow$, $R_D = P/4 \downarrow$.
9.83 $R_B = 3M_0/2L \downarrow$; $M_B = M_0/4 \curvearrowleft$.
9.85 *a*) 5.94 mm $\downarrow$. *b*) 6.75 mm $\downarrow$.
9.86 *a*) 0.221 in. $\downarrow$. *b*) 0.368 in. $\downarrow$.
9.87 *a*) 5.06×10^{-3} rad $\curvearrowleft$. *b*) 0.0477 in. $\downarrow$.
9.88 121.5 N/m.
9.89 *a*) $R_A = 10.86$ kN $\uparrow$; $M_A = 1.942$ kN · m $\curvearrowleft$.
b) $R_D = 1.144$ kN $\uparrow$; $M_D = 0.286$ kN · m $\curvearrowright$.
9.92 43.9 kN.
9.93 0.278 in. $\downarrow$.
9.94 9.31 mm $\downarrow$.
9.95 *a*) $M_0L/EI \curvearrowleft$. *b*) $M_0L^2/2\ EI \uparrow$.
9.96 *a*) $PL^2/2\ EI \measuredangle$. *b*) $PL^3/3\ EI \downarrow$.
9.97 *a*) $wL^3/6\ EI \measuredangle$. *b*) $wL^4/8\ EI \downarrow$.
9.100 *a*) $3Pa^2/2\ EI \curvearrowleft$, $11Pa^3/6\ EI \downarrow$.
b) $Pa^2/EI \curvearrowleft$, $Pa^3/2\ EI \downarrow$.
9.101 *a*) 16.56×10^{-3} rad $\curvearrowleft$. *b*) 0.379 in. $\downarrow$.
9.102 *a*) 2.55×10^{-3} rad $\measuredangle$. *b*) 6.25 mm $\downarrow$.

9.103 *a*) 4.98×10^{-3} rad ⟲; 0.1570 in. ↓.
b) 4.59×10^{-3} rad ⟲; 0.0842 in. ↓.
9.104 *a*) 5.22×10^{-3} rad ⟲. *b*) 10.88 mm ↓.
9.106 *a*) $11PL^2/24\ EI$ ⟳. *b*) $11PL^3/36\ EI$ ↓.
9.107 *a*) 6.10×10^{-3} rad ⟲. *b*) 6.03 mm ↓.
9.109 *a*) $Pa(L - a)/2\ EI$ ⟳. *b*) $Pa(3L^2 - 4a^2)/24\ EI$ ↓.
9.110 *a*) $PL^2/16\ EI$ ⟳. *b*) $PL^3/48\ EI$ ↓.
9.111 *a*) $5PL^2/32\ EI$ ⟳. *b*) $19PL^3/384\ EI$ ↓.
9.112 *a*) $M_0(L - 2a)/2\ EI$ ⟳. *b*) $M_0(L^2 - 4a^2)/8\ EI$ ↓.
9.114 *a*) $wa^2(3L - 2a)/12\ EI$ ⟳. *b*) $wa^2(3L^2 - 2a^2)/48\ EI$ ↓.
9.115 *a*) $5Pa^2/8\ EI$ ⟳. *b*) $3Pa^3/4\ EI$ ↓.
9.118 *a*) 4.72×10^{-3} rad ⟳. *b*) 5.85 mm ↓.
9.119 *a*) 4.50×10^{-3} rad ⟳. *b*) 8.26 mm ↓.
9.121 *a*) 5.17×10^{-3} rad ⟳. *b*) 21.0 mm ↓.
9.122 3.84 kN/m.
9.123 0.211 *L*.
9.124 0.223 *L*.
9.125 *a*) $3M_0/L^2/64\ EI$ ↓. *b*) $5M_0L/32\ EI$ ⟳.
9.126 *a*) $4PL^3/243\ EI$ ↓. *b*) $4PL^2/81\ EI$ ⟳.
9.127 *a*) $5wL^4/768\ EI$ ↓. *b*) $3wL^3/128\ EI$ ⟳.
9.129 *a*) 8.70×10^{-3} rad ⟳. *b*) 15.03 mm ↓.
9.130 *a*) 5.31×10^{-3} rad ⟳. *b*) 0.204 in. ↓.
9.132 *a*) 7.48×10^{-3} rad ⟳. *b*) 5.35 mm ↓.
9.134 *a*) $Pa(2L + 3a)/6\ EI$ ⟳. *b*) $Pa^2(L + a)/3\ EI$ ↓.
9.135 *a*) 5.33×10^{-3} rad ⟲. *b*) 0.01421 in. ↓.
9.136 *a*) 3.61×10^{-3} rad ⟳. *b*) 0.960 mm ↑.
9.137 *a*) 2.34×10^{-3} rad ⟳. *b*) 0.1763 in. ↓.
9.139 *a*) $9wL^3/256\ EI$ ⟳. *b*) $7wL^3/256\ EI$ ⟲.
c) $5wL^4/512\ EI$ ↓.
9.140 *a*) $17PL^3/972\ EI$ ↓. *b*) $19PL^3/972\ EI$ ↓.
9.141 $0.01792PL^3/EI$ ↓ a 0.544 *L* del extremo izquierdo.
9.144 0.212 in. ↓ a 5.15 ft del extremo izquierdo.
9.145 0.1049 in.
9.146 1.841 in.
9.147 $9M_0/8L$ ↑.
9.148 $5P/16$ ↑.
9.150 $7wL/128$ ↑.
9.152 $3P/32$ ↓ en *A*, $13P/32$ ↑ en *B*, $11P/16$ ↑ en *C*.
9.153 *a*) 6.95 mm ↑. *b*) 46.3 kN ↑.
9.154 $R_B = 10.18$ kips ↑; −87.9 kip · ft en *A*, 46.3 kip · ft en *D*, 45.8 kip · ft en *E*, 0 en *B*.
9.155 $48\ EI/7L^3$.
9.156 $144\ EI/L^3$.
9.157 *a*) $y = -w_0(x^5 - 5L^4x + 4L^5)/120\ EIL$.
b) $w_0L^4/30\ EI$ ↓. *c*) $w_0L^3/24\ EI$ ⟲.
9.159 *a*) $y = w_0(x^6 - 3Lx^5 + 5L^3x^3 - 3L^5x)/90\ EIL^2$.
b) $w_0L^3/30\ EI$ ⟳. *c*) $61w_0L^4/5760\ EI$ ↓.
9.160 $R_A = Pb^2(3a + b)/L^3$ ↑; $M_A = Pab^2/L^2$ ↰; $-Pab^2/L^2$ en *A*, $2Pa^2b^2/L^3$ en *D*, $-Pa^2b/L^2$ en *B*.
9.161 *a*) 9.51×10^{-3} rad ⟳. *b*) 5.80 mm ↓.
9.163 0.210 in. ↓.
9.165 *a*) 5.84×10^{-3} rad ⟳. *b*) 0.300 in. ↓.
9.167 $0.00677\ PL^3/EI$ ↓ en 0.433 *L* del extremo izquierdo.
9.168 $R_A = 65.2$ kN ↑; 0 en *A*, 58.7 kN · m en *D*. 55.8 kN · m en *E*, −82.8 kN · m en *B*.
9.C1 *Prob. 9.74:* 5.56×10^{-3} rad ⟳; 2.50 mm ↓.
9.C2 *a* = *6 ft: a*) 3.14×10^{-3} rad ⟳, 0.292 in. ↓;
b) 0.397 in. ↓ en 11.27 ft a la derecha de *A*.
9.C3 *x* = *1.6 m: a*) 7.90×10^{-3} rad ⟳, 8.16 mm ↓;
b) 6.05×10^{-3} rad ⟳, 5.79 mm ↓;
c) 1.021×10^{-3} rad ⟳, 0.314 mm ↓.
9.C5 *a*) *a* = *3 ft:* 1.586×10^{-3} rad ⟳; 0.1369 in. ↓;
b) *a* = *1.0 m:* 0.293×10^{-3} rad ⟳, 0.479 mm ↓.
9.C7 *x* = *2.5 m:* 5.31 mm ↓; *x* = *5.0 m:* 12.28 mm ↓.

CAPÍTULO 10

10.1 K/L.
10.2 kL.
10.3 $2kL/9$.
10.4 K/L.
10.7 $k > 4.91$ kN/m.
10.8 $8K/L$.
10.9 81.2 N.
10.11 $d = 0.849$ in.; acero $P_{cr} = 647$ lb, aluminio $P_{cr} = 1\,872$ lb.
10.12 *a*) 647 lb. *b*) 0.651 in. *c*) 58.8%
10.13 *a*) 6.25%. *b*) 17.17 kN.
10.15 2.81.
10.16 15.02 kips.
10.17 25.1 kips.
10.20 4.00 kN.
10.21 5.37 kN.
10.24 *a*) $L_{BC} = 4.2$ ft, $L_{CD} = 1.05$ ft.
b) 4.21 kips.
10.25 657 mm.
10.26 *a*) $b/d = 0.500$. *b*) $d = 28.3$ m, $b = 14.15$ mm.
10.27 (1) 2.64 kN, (2) 0.661 kN, (3) 10.57 kN, (4) 5.39 kN, (5) 2.64 kN.
10.28 *a*) 2.29. *b*) (2) 1.768 in.; (3) 1.250 in.; (4) 1.046 in.
10.29 *a*) 0.410 in. *b*) 14.43 ksi.
10.30 *a*) 4.84 mm. *b*) 135.7 MPa.
10.32 *a*) 0.0399 in. *b*) 19.89 ksi.
10.33 *a*) 1.552 mm. *b*) 47.8 MPa.
10.35 *a*) 78.2 kips. *b*) 27.5 ksi.
10.36 *a*) 52.9 kips. *b*) 20.4 ksi.
10.39 *a*) 368 kN. *b*) 103.8 MPa.
10.40 *a*) 223 kN. *b*) 62.8 MPa.
10.41 37.2°C.
10.42 5.81 mm.
10.43 *a*) 32.1 kips. *b*) 39.4 kips.
10.45 *a*) 195.4 kN. *b*) 0.596.
10.46 *a*) 247 kN. *b*) 0.437.
10.47 1.337 m.
10.48 9.57 ft.
10.50 *a*) 8.31 m. *b*) 2.54 m.
10.51 W200 × 26.6.
10.52 W200 × 35.9.
10.53 2.125 in.
10.54 2.625 in.
10.57 *a*) 114.7 kN. *b*) 208 kN.
10.58 95.8 kips.
10.59 *a*) 220 kN. *b*) 839 kN.

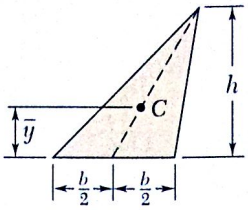
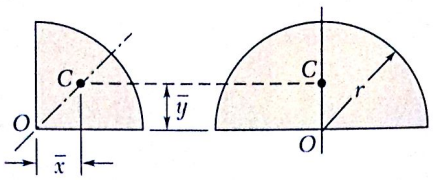
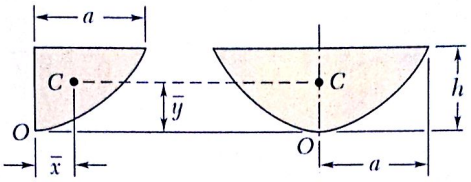
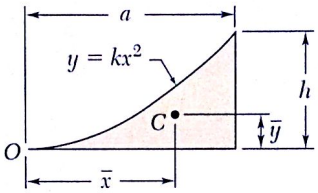
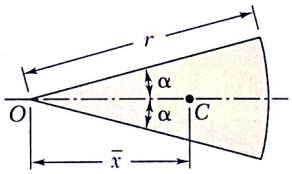
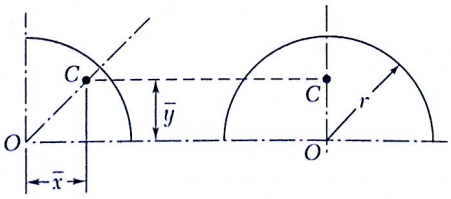
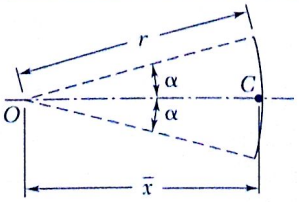
10.61 35.9 kN.
10.63 *a*) 26.4 kN. *b*) 32.4 kN.
10.64 76.6 kips.
10.65 1 600 kN.
10.68 173.8 kips.
10.69 107.7 kN.
10.70 38.9 kips.
10.71 6.53 in.
10.73 123.1 mm.
10.74 0.884 in.
10.75 44.9 mm.
10.78 W250 × 67.
10.79 W14 × 82.
10.80 W200 × 46.1.
10.81 L89 × 64 × 12.7 mm.
10.82 L89 × 64 × 12.7 mm.
10.84 $L3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} \times \frac{3}{8}$ in.
10.85 56.1 kips.
10.86 *a*) 433 kN, 321 kN. *b*) 896 kN, 664 kN.
10.87 5/16 in.
10.88 W310 × 74.
10.89 *a*) 320 kN. *b*) 273 kN.
10.91 *a*) 18.26 kips. *b*) 14.20 kips.
10.92 *a*) 21.1 kips. *b*) 18.01 kips.
10.93 35.3 kN.
10.95 19.27 ft.
10.97 1.016 m.
10.98 1.159 m.
10.99 *a*) 11.89 mm. *b*) 6.56 mm.
10.100 7.78 mm.
10.102 *a*) 0.426 in. *b*) 1.277 in.
10.103 5.5 in.
10.105 70.0 mm.
10.106 80.4 mm.
10.107 1.894 in.
10.109 83.4 mm.
10.110 87.2 mm.
10.111 12 mm.
10.113 W14 × 145.
10.114 W14 × 68.
10.115 W200 × 59.
10.117 229 lb.
10.119 *a*) 94.8 kN. *b*) 449 kN.
10.120 2.85.
10.121 4.21 kips.
10.123 *a*) 0.1073 in. *b*) 14.62 ksi.
10.124 *a*) 1 532 kN. *b*) 638 kN.
10.126 W10 × 54.
10.128 W8 × 40.
10.C1 *r = 8 mm:* 9.07 kN. *r = 16 mm:* 70.4 kN.
10.C2 *b = 1.0 in.:* 3.85 kips. *b = 1.375 in.:* 6.07 kips.
10.C3 *h = 5.0 m:* 9 819 kg. *h = 7.0 m:* 13 255 kg.
10.C4 *P = 35 kips: a*) 0.086 in.; *b*) 4.69 ksi.
P = 55 kips: a) 0.146 in.; *b*) 7.65 ksi.
10.C5 *Prob. 10.60: a*) 86.7 kips. *b*) 88.2 kips.
10.C6 *Prob. 10.113:* P_{perm} = 282.6 kips.
Prob. 10.114: P_{perm} = 139.9 kips.

CAPÍTULO 11

11.1 *a*) 21.6 kJ/m³. *b*) 336 kJ/m³.
c) 163.0 kJ/m³.
11.2 *a*) 43.1 in · lb/in³. *b*) 72.8 in · lb/in³.
c) 172.4 in · lb/in³.
11.4 *a*) 177.9 kJ/m³. *b*) 712 kJ/m³. *c*) 160.3 kJ/m³.
11.5 *a*) 58 in · lb/in³. *b*) 20 kip · in/in³.
11.6 *a*) 1296 kJ/m³. *b*) 90 MJ/m³.
11.7 *a*) 150.0 kJ/m³. *b*) 63 MJ/m³.
11.9 *a*) 176.2 in · lb. *b*) 11.72 in · lb/in³, 5.65 in · lb/in³.
11.10 *a*) 12.18 J. *b*) 15.83 kJ/m³, 38.6 kJ/m³.
11.11 *a*) 264 in · lb. *b*) 1.378 in · lb/in³, 8.83 in · lb/in³.
11.13 *a*) 44.0 J. *b*) 31.4 J.
11.15 102.7 in · lb.
11.17 1.398 P^2l/EA.
11.18 3.81 P^2l/EA.
11.20 2.37 P^2l/EA.
11.21 1 015 J.
11.23 $w^2L^5/40\ EI$.
11.24 $M_0^2(a^3 + b^3)/6\ EIL^2$.
11.26 $P^2a^2\ a + L)/6\ EI$.
11.29 1 048 J.
11.30 894 in · lb.
11.31 662 J.
11.33 2.45×10^6 in · lb.
11.34 14.70 J.
11.37 de −2.65 MPa a 122.6 MPa.
11.38 *a*) 2.33. *b*) 2.02.
11.40 $2\ M_0^2L\ (1 + 3\ Ed^2/10\ GL^2)/Ebd^3$.
11.41 $(Q^2/4\pi\ GL)\ \ln\ (R_2/R_1)$.
11.42 *a*) 79.8 kN. *b*) 254 MPa. *c*) 1.523 mm.
11.44 11.50 in.
11.45 7.87 in.
11.46 4.76 kg.
11.48 8.50 ft/s.
11.50 *a*) 21.0 kN. *b*) 171.7 MPa. *c*) 8.58 mm.
11.51 *a*) 7.67 kN. *b*) 312 MPa. *c*) 23.5 mm.
11.52 *a*) 0.1064 in. *b*) 20.1 ksi.
11.53 *a*) 15.63 mm. *b*) 83.8 N · m. *c*) 208 MPa.
11.54 *a*) 23.6 mm. *b*) 64.4 N · m. *c*) 157.6 MPa.
11.56 *b*) 7.12
11.57 *b*) error relativo 0.152, $y'_m/2h = 0.166$.
11.58 $Pa^2b^2/3\ EIL\downarrow$.
11.59 $Pa^2a + L)/3\ EI\downarrow$.
11.61 $M_0\ (L + 3a)/3\ EI\ \measuredangle$.
11.62 $3PL^3/16\ EI\downarrow$.
11.63 $3Pa^3/4\ EI\downarrow$.
11.64 $5M_0L/16\ EI\ \measuredangle$.
11.67 386 mm.
11.69 5.28°.
11.71 2.375 $Pl/EA\rightarrow$.
11.73 0.0447 in. ↓.
11.74 0.366 in. ↓.
11.75 3.19 mm ↓.
11.77 *a*) y *b*) $P^2L^3/96\ EI - PM_0L^2/16\ EI + M_0^2L/6\ EI$.
11.79 *a*) y *b*) $P^2L^3/48\ EI + PM_0L^2/8\ EI + M_0^2L/2\ EI$.
11.81 *a*) y *b*) $P^2L^3/48\ EI$.

11.82 *a*) y *b*) $7P^2L^3/24\,EI$.
11.83 $5PL^3/48\,EI\downarrow$.
11.84 $0.0443wL^4/EI\downarrow$.
11.85 $3PL^2/8\,EI\measuredangle$.
11.87 $M_0L/6\,EI\measuredangle$.
11.88 $PaL^2/16\,EI\uparrow$.
11.89 $wL^4/128\,EI\uparrow$.
11.91 $wL^3/192\,EI\measuredangle$.
11.92 0.987 in. ↓.
11.94 7.25 mm ↓.
11.95 5.08 mm ↓.
11.96 0.698×10^{-3} rad $\measuredangle$.
11.98 2.07×10^{-3} rad $\measuredangle$.
11.99 3.19 mm ↓.
11.101 0.233 in. ↓.
11.102 0.1504 in. →.
11.103 0.1459 mm ↓.
11.105 *a*) $PR^3/2\,EI\rightarrow$. *b*) $\pi PR^3/4\,EI\downarrow$.
11.106 $\pi PR^3/2\,EI\downarrow$.
11.107 *a*) $2Pl^3/3\,EI\rightarrow$. *b*) $Pl^2/6\,EI\measuredangle$.
11.109 *a*) $Pl^3/EI\uparrow$. *b*) $3Pl^2/2\,EI\measuredangle$.
11.111 $5P/16\uparrow$; $-3PL/16$ en A, 0 en B, $5PL/32$ en C.
11.112 $3M_0/2L\uparrow$; $M_0/2$ en A, $-M_0$ en B.
11.114 $7wL/128\uparrow$; $7wLx/128 - w\langle x - L/2\rangle^2/2$.
11.116 $wL/6\downarrow$ en A, $3wL/4\uparrow$ en B, $5wL/12\uparrow$ en C.
11.117 $7P/8$.
11.118 $0.652P$.
11.119 $P/(1 + 2\cos^3\phi)$.
11.121 $2P/3$.
11.122 $7P/12$.
11.123 2.09.
11.125 12.70 J.
11.127 9.12 lb.
11.129 11.57 mm ↓.
11.131 1.030 mm →.
11.134 $PL^2/6\,EI\curvearrowleft$.
11.C2 *a*) $a = 15$ in.: $\sigma_D = 17.19$ ksi, $\sigma_C = 21.0$ ksi;
$a = 45$ in.: $\sigma_D = 36.2$ ksi, $\sigma_C = 14.74$ ksi.
b) $a = 18.34$ in., $\sigma = 20.67$ ksi.
11.C3 *a*) $L = 200$ mm: $h = 2.27$ mm;
$L = 800$ mm: $h = 1.076$ mm.
b) $L = 440$ mm: $h = 3.23$ mm.
11.C4 $a = 300$ mm: 1.795 mm. 179.46 MPa:
$a = 600$ mm: 2.87 mm. 179.59 MPa.
11.C5 $a = 2$ m: *a*) 30.0 J; *b*) 7.57 mm, 60.8 J.
$a = 4$ m: *a*) 21.9 J; *b*) 8.87 mm, 83.4 J.
11.C6 $a = 20$ in.: *a*) 13.26 in.; *b*) 99.5 kip · in.;
c) 803 lb.
$a = 50$ in.: *a*) 9.46 in.; *b*) 93.7 kip · in.; *c*) 996 lb.

Centroides de áreas y líneas comunes

Figuras		$\bar{x}$	$\bar{y}$	Área
Área triangular			$\frac{h}{3}$	$\frac{bh}{2}$
Área de un cuarto de círculo		$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{4}$
Área semicircular		0	$\frac{4r}{3\pi}$	$\frac{\pi r^2}{2}$
Área semiparabólica		$\frac{3a}{8}$	$\frac{3h}{5}$	$\frac{2ah}{3}$
Área parabólica		0	$\frac{3h}{5}$	$\frac{4ah}{3}$
Enjuta parabólica		$\frac{3a}{4}$	$\frac{3h}{10}$	$\frac{ah}{3}$
Sector circular		$\frac{2r\,\text{sen}\,\alpha}{3\alpha}$	0	αr^2
Un cuarto de arco circular		$\frac{2r}{\pi}$	$\frac{2r}{\pi}$	$\frac{\pi r}{2}$
Arco semicircular		0	$\frac{2r}{\pi}$	πr
Arco de un círculo		$\frac{r\,\text{sen}\,\alpha}{\alpha}$	0	$2\alpha r$